

SÉRIE E

N° D'ORDRE : 41

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE CLERMONT

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

RENÉ FANGUIN

LICENCIÉ ÈS SCIENCES PHYSIQUES

1^{re} THÈSE. - Méthodes et mesures en polarimétrie hertzienne.

2^e THÈSE. - Propositions données par la Faculté.

Soutenues le 21 Mai 1962 devant la commission d'examen.

M.M. DUBOIS *Président.*

FREYMANN
RAOULT
Mlle BERTHET..... } *Examineurs.*



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41548606_0013

SÉRIE E

N° D'ORDRE : 41

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE CLERMONT

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

RENÉ FANGUIN

LICENCIÉ ÈS SCIENCES PHYSIQUES

1^{re} THÈSE. - Méthodes et mesures en polarimétrie hertzienn.

2^e THÈSE. - Propositions données par la Faculté.

Soutenues le 21 Mai 1962 devant la commission d'examen.

M.M. DUBOIS *Président.*

FREYMANN
RAOULT
Mlle BERTHET.....

} *Examineurs.*



FACULTE DES SCIENCES
DE
L'UNIVERSITE DE CLERMONT - FERRAND

DOYEN

M. REMY Paul

DOYENS HONORAIRES

M. DUBOIS Emmanuel

M. HOVASSE Raymond

M. DELANGE Hubert

ASSESEURS

M. DUBOIS Emmanuel

M. ROQUES Maurice

PROFESSEURS

M. DUBOIS Emmanuel	T	Physique
M. HOVASSE Raymond	T	Zoologie Générale et Appliquée
M. CHAZE Jean	T	Botanique Pure et Appliquée
M. RAMBAUD René	T	Chimie
M. REMY Paul	T	Chimie Industrielle
M. BLANC Eugène	T	Mécanique Rationnelle
M. ROQUES Maurice	T	Géologie, Minéralogie
M. LAPADU-HARGUES Pierre	T TP	Minéralogie
M. TRUFFAULT Robert	T TP	Chimie
M. LUTZ Hubert	T	Biologie animale
M. RAOULT Gaston	T	Physique
M. CHAMPAGNAT Paul	T	Physiologie Végétale
M. DUPLESSIS-KERGOMARD Alain	T TP	Chimie P.C.P.
M. KRASNER Marc	T	Algèbre Supérieure
M. AVAN Louis	T	Physique Expérimentale
M. PARIAUD Jean-Charles	T	Chimie-Physique
Mme HENNEQUIN Françoise	T	Calcul Différentiel et Intégral
Mlle BERTHET Ginette	T TP	Physique

Maitres de Conférences

M.	de PUYTORAC Pierre	Biologie 3 ^e Cycle	Professeur sans chaire
Mme	AVAN Madeleine	Physique	Professeur sans chaire
M.	COMBE René	Physique	
M.	LOISEAU Jean	Botanique	
M.	DELOST Paul	Physiologie animale	
M.	PETERLONGO Jean Marc	Géologie	
Mlle	DONDON Marie-Louise	Chimie - Physique	
M.	SAUREL Jean	Physique	
M.	VESSIERE Roger	Chimie	
M.	BATHIER Marcel	Physique M.P.C.	
M.	GUILLAUME Marcel	Mathématiques M.P.C.	
M.	MAISONNEUVE Jacques	Géologie Appliquée	
M.	PHAM TAN HOANG	Mathématiques	
M.	MARTINET Pierre	Chimie	
M.	CAPESTAN Michel	Chimie	

Secrétaire Principal

M. BRETAGNE Gaëtan

A MONSIEUR LE PROFESSEUR E. DUBOIS
DOYEN HONORAIRE

Hommage de très respectueuse gratitude

A MON MAITRE

MONSIEUR LE PROFESSEUR G. RAOULT

En témoignage de reconnaissance et de respect

A MES PARENTS

A MA FEMME

A TOUTE MA FAMILLE

En témoignage de ma profonde affection

Ce travail a été effectué au Laboratoire de Radioélectricité de la Faculté des Sciences de Clermont-Ferrand.

Nous exprimons notre très respectueux attachement à Monsieur le Professeur G. RAOULT qui a été notre guide dans la recherche. Ses nombreux et utiles conseils nous ont conduit à l'élaboration de ce travail . Nous lui adressons nos sentiments reconnaissants.

Nous remercions très vivement Monsieur le Professeur E. DUBOIS , Directeur du Laboratoire de Physique , qui a été notre Parrain au Centre National de la Recherche Scientifique . Nous lui exprimons toute notre reconnaissance pour avoir bien voulu nous accueillir dans son laboratoire et nous faire le grand honneur d'assumer la présidence de notre Jury de Thèse.

Mademoiselle G. BERTHET , Professeur à la Faculté des Sciences de Clermont-Ferrand, a accepté de juger ce travail ; nous lui adressons nos sincères remerciements.

Nous prions Monsieur le Professeur R. FREYMANN, de la Faculté des Sciences de Paris , qui nous a fait l'honneur de participer à notre Jury , de bien vouloir trouver ici l'expression de notre profonde reconnaissance.

Nous exprimons à Monsieur le Professeur R. SERVANT, de la Faculté des Sciences de Bordeaux , notre très respectueuse reconnaissance pour avoir bien voulu lire notre travail et nous faire profiter de ses remarques et de ses précieux conseils.

Nous remercions également Monsieur le Professeur P.L. HENNEQUIN pour la part active qu'il a prise dans l'élaboration de certains résultats numériques.

Nous remercions Monsieur de PALMA, Directeur du Laboratoire de Calcul Automatique I.M.S.A.C. , qui a bien voulu se charger d'effectuer les nombreux calculs numériques qu'exige la résolution de certaines équations particulières aux coaxiaux.

Notre ~~camarade~~ G. CORNET, Assistant à la Faculté des Sciences, nous a fait profiter de ses connaissances dans le domaine théorique des fonctions de Bessel ; nous le remercions pour la contribution amicale qu'il a apportée à ce travail.

Nous remercions aussi Monsieur A. DUMAS, Maître-Assistant, qui a bien voulu relire notre manuscrit.

Nous devons à Monsieur REVEILLERE, Professeur au Lycée Technique Amédée-Gasquet de Clermont-Ferrand , et à ses élèves, l'exécution des plans de notre polarimètre . L'ensemble des dessins et des figures a été effectué par Monsieur GARDES, Chargé de cours aux Beaux Arts de Clermont-Ferrand. Qu'ils veuillent bien accepter tous nos remerciements.

Nous tenons également à associer à ce travail tous nos camarades du Laboratoire de Radioélectricité.

Nos remerciements vont aussi à Messieurs CERCY et DEMAS pour l'exécution souvent délicate de nos montages et à tout le personnel de l'atelier.

L'identité de la valeur observée pour la vitesse de propagation de la lumière et de la valeur calculée pour la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques dans le vide a conduit MAXWELL à admettre, en 1865, que les ondes lumineuses étaient de même nature que les ondes électromagnétiques. De nombreux auteurs ont alors essayé de réaliser, avec les ondes électromagnétiques, des expériences analogues à celles de l'optique physique classique.

Les premières expériences de HERTZ sur la propagation des ondes électromagnétiques ont permis de constater que les ondes émises par l'oscillateur de HERTZ étaient polarisées rectilignement. Cet état est habituel dans ce domaine alors que le rayonnement d'une source lumineuse est généralement un phénomène incohérent et dépourvu de polarisation. Malgré ce fait, les analogies hertziennes avec le domaine de l'optique polarimétrique ne semblent pas avoir suscité beaucoup de travaux, tout au moins dès le début.

Les premières expériences qui ont été faites dans ce domaine datent de 1898 et 1902. Elles ont été réalisées en espace libre par BOSE ⁽¹⁾ et GARBASSO ⁽²⁾ qui ont obtenu des rotations du plan de polarisation d'ondes hertziennes provoquées par des substances fibreuses torsadées placées entre l'émetteur et le récepteur.

LINDMAN ⁽³⁾, dès 1912, a étudié les rotations produites par des modèles hélicoïdaux droits et gauches réalisant ainsi les équivalents macroscopiques des inverses optiques. L'équivalent d'un racémique était obtenu par le mélange, en quantités égales, d'hélices droites et gauches.

En 1924, LINDMAN a entrepris une autre série d'expériences de spectropolarimétrie hertzienne, avec un modèle tétraédrique de sphères métalliques, dans le but d'expliquer l'activité optique moléculaire selon un modèle macroscopique imaginé par OSEEN ⁽⁴⁾. Les rotations obtenues ont été faibles : de l'ordre de quelques degrés.

Il ne semble pas que d'autres expériences aient été tentées dans ce domaine jusqu'à l'apparition des ondes ultra-courtes se propageant en milieu guidé. La principale raison semble provenir du fait que la propagation des ondes électromagnétiques en espace libre est sujette à de trop nombreuses perturbations extérieures, particulièrement les réflexions, dont il est difficile de

tenir compte dans l'interprétation des résultats. Ce type de propagation semble avoir été définitivement abandonné . Ce n'est qu'à partir de 1948 que l'on retrouve des expériences de spectropolarimétrie hertzienne dans des domaines de fréquences permettant l'utilisation de la propagation guidée.

La présence du guide élimine l'influence de toutes les perturbations extérieures et crée, entre l'oscillateur et le modèle macroscopique, un couplage important qui , suivant les idées de Born, augmente la grandeur des effets rotatoires ^(4') . C'est avec l'apparition des techniques nouvelles des ondes centimétriques que la polarimétrie hertzienne a connu son plus grand développement.

La mesure des rotations s'effectue à l'aide de sondes prélevant dans un guide circulaire l'énergie nécessaire à l'excitation de cavités résonnantes. Deux types d'appareils ont été expérimentés : l'un comporte une seule sonde ⁽⁵⁾, ^(5'), l'autre, plus sensible, en possède deux , montées en opposition ⁽⁶⁾, ⁽⁷⁾, ⁽⁸⁾.

A la suite de certaines difficultés rencontrées dans l'utilisation des polarimètres à deux sondes ^(8') , il nous a semblé utile d'effectuer une étude comparative de ces appareils et d'essayer de mettre à profit nos conclusions pour faire la mise au point théorique et technique d'un nouveau polarimètre exempt des dissymétries consécutives à l'emploi de deux cavités et de deux cristaux détecteurs.

Avant d'aborder cette étude, il nous a paru nécessaire de préciser un certain nombre de techniques et analogies polarimétriques existant entre l'optique classique et les ondes hertziennes guidées.

Enfin , une étude expérimentale consacrée à l'effet Faraday nous a fourni l'occasion d'expérimenter ces divers types d'appareils.

P R E M I E R E P A R T I E

CHAPITRE PREMIER

LES TECHNIQUES DE LA POLARIMETRIE ULTRAHERTZIENNE

§ I - L'ONDE TELL EN GUIDE CIRCULAIRE ET SES ANALOGIES AVEC L'OPTIQUE POLARIMETRIQUE -

- 1) - Expression des composantes des vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{H}$
- 2) - Uniformité de l'onde TELL au voisinage de l'axe du guide
- 3) - Les vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{H}$ à la périphérie du guide circulaire
- 4) - La répartition de la puissance propagée dans un guide circulaire
- 5) - Conclusions

§ II - LA POLARIMETRIE EN GUIDE DE SECTION CARREE

§ III - LES DIFFERENTS TYPES DE POLARIMETRES DEJA UTILISES

- 1) - Le polarimètre à un seul cristal tournant
 - a)- Repérage d'une vibration et calcul du courant détecté
 - b)- Sensibilité et conduite d'une mesure
 - c)- Mesure de l'ellipticité d'une vibration
 - 2) - Le polarimètre dit " à pénombre "
 - a)- Repérage d'une vibration et calcul du courant détecté
 - b)- Sensibilité - Mesure directe de la rotation
 - c)- Mesure de l'ellipticité
 - Méthode du quart d'onde
 - Possibilité d'utilisation du quart d'onde dans une bande de fréquences
 - Réalisation pratique du quart d'onde
 - Résultats expérimentaux
-

§ I - L'ONDE TE11 EN GUIDE CIRCULAIRE ET SES ANALOGIES AVEC L'OPTIQUE POLARIMETRIQUE :

Bien que, théoriquement, la possibilité d'obtenir une rotation en espace guidé n'impose pas une symétrie de révolution au guide d'onde (nous en verrons un exemple dans la suite) , les mesures de cette rotation nécessitent, par contre , l'emploi de systèmes mécaniques qui imposent une symétrie de révolution à l'ensemble . C'est pourquoi les guides d'onde à section circulaire et les cavités cylindriques constituent le matériel de choix pour l'étude des rotations en ondes centimétriques.

L'étude théorique des guides d'onde circulaires a été faite par L. BRILLOUIN ⁽⁹⁾. P. LOUDETTE a développé, dans sa Thèse ⁽⁵⁾, l'aspect polarimétrique de la question.

En polarimétrie hertzienne, on utilise de préférence le mode TE11 qui présente l'avantage d'être le mode principal , c'est-à-dire qu'il possède la longueur d'onde de coupure la plus grande . Si nous choisissons convenablement le rayon du guide , en fonction de la bande de fréquences couverte par le générateur, il sera le seul à pouvoir se propager.

En particulier , lors d'une discontinuité , apparaissent des modes d'ordres supérieurs qui sont évanescents et qui s'atténuent rapidement : on peut admettre que sur un parcours d'une longueur d'onde, ils sont devenus négligeables. Nous rappelons brièvement dans ce qui suit quelques résultats importants.

1°) - Expression des composantes des vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{H}$:

La répartition du champ électromagnétique , dans un guide d'onde circulaire de rayon R , pour le mode TE11 (H11) , est donnée en coordonnées cylindriques (ρ , θ , z) par l'ensemble des six relations suivantes :

$$E_{\rho} = j H_0 I^2 \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{2 \pi}{\lambda \cdot \rho} J_1 \left[2 \pi \frac{\rho}{\lambda_{c, TE11}} \right] \sin \theta e^{j(kct - \gamma z)}$$

$$E_{\theta} = j H_0 I^2 \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{4 \pi^2}{\lambda \cdot \lambda_{c, TE11}} J_1' \left[2 \pi \frac{\rho}{\lambda_{c, TE11}} \right] \cos \theta e^{j(kct - \gamma z)}$$

$$E_z = 0$$

$$H_\rho = -jH_0 l^2 \frac{4\pi^2}{\lambda_{g,TE11} \cdot \lambda_{c,TE11}} J'_1 \left[2\pi \frac{\rho}{\lambda_{c,TE11}} \right] \cos \vartheta e^{j(kct - \gamma z)}$$

$$H_\vartheta = jH_0 l^2 \frac{2\pi}{\lambda_{g,TE11} \cdot \rho} J_1 \left[2\pi \frac{\rho}{\lambda_{c,TE11}} \right] \sin \vartheta e^{j(kct - \gamma z)}$$

$$H_z = H_0 l^2 \frac{4\pi^2}{\lambda_{c,TE11}^2} J_1 \left[2\pi \frac{\rho}{\lambda_{c,TE11}} \right] \cos \vartheta e^{j(kct - \gamma z)}$$

H_0 est un facteur d'amplitude ayant les dimensions d'une excitation magnétique

$\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$ est l'impédance d'onde d'un milieu vide et infini

λ est la longueur d'onde en espace libre dans le vide

$\lambda_{c,TE11}$ est la longueur d'onde de coupure du mode TE11

$\lambda_{g,TE11}$ est la longueur d'onde dans le guide ou la longueur d'onde de phase du mode TE11

J_1 est la fonction de Bessel de première espèce et d'ordre 1

J'_1 est la dérivée de la fonction précédente par rapport à ρ

l est un facteur constant ayant les dimensions d'une longueur

c est la vitesse de propagation des ondes dans le vide

Ces relations peuvent se déduire directement des composantes des vecteurs de mode TE données dans la seconde partie de cet exposé en prenant une fonction U de la forme

$$U = J_1(a\rho) \cos \vartheta e^{j(kct - \gamma z)}$$

Nous avons, en outre, les relations suivantes :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} ; a = \frac{2\pi}{\lambda_{c,TE11}} = \frac{1,84}{R} ; \frac{1}{\lambda_{g,TE11}^2} = \frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda_{c,TE11}^2} ; \gamma = \frac{2\pi}{\lambda_{g,TE11}}$$

qui permettent de calculer k , $\lambda_{c,TE11}$, $\lambda_{g,TE11}$ et γ en fonction des grandeurs connues λ et R .

Nous avons ainsi la possibilité de calculer l'ensemble des vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{H}$ à un facteur de proportionnalité près.

2°) - Uniformité de l'onde TE₁₁ au voisinage de l'axe du guide :

Précisons les axes des coordonnées : Oz est la direction de propagation ; dans le plan perpendiculaire à Oz , nous prenons un système de coordonnées polaires avec , pour origine des angles , un axe Ox horizontal. La projection du vecteur $\vec{E}$ sur l'axe Oz est nulle puisque le mode est transverse électrique . Les lignes de force de champ électrique sont entièrement situées dans un plan de section droite . Il est facile de donner leurs équations polaires en écrivant que :

$$\frac{d\rho}{E_\rho} = \frac{\rho d\theta}{E_\theta}$$

c'est-à-dire

$$\frac{d\rho}{J_1(1,84 \frac{\rho}{R}) \sin \theta} = \frac{d\theta}{\frac{1,84}{R} J'_1(1,84 \frac{\rho}{R}) \cos \theta}$$

On a une équation différentielle à variables séparées qui s'intègre immédiatement.

On en déduit la relation :

$$\cos \theta = \frac{K}{J_1(1,84 \frac{\rho}{R})}$$

K est une constante caractéristique de chaque ligne de force de champ électrique que l'on peut alors construire point par point . La figure 1 donne l'aspect général de telles lignes ⁽¹⁰⁾ . On peut admettre qu'à l'intérieur d'un volume cylindrique , de même axe que le guide et de rayon ρ suffisamment petit , le champ électromagnétique peut être considéré comme uniforme. Les composantes des vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{H}$ peuvent s'écrire dans ce cas, puisque, lorsque $\rho \longrightarrow 0$,

$$J_1\left(\frac{2 \pi \rho}{\lambda_{c,TE11}}\right) \longrightarrow \frac{\pi \rho}{\lambda_{c,TE11}}$$

et

$$J'_1\left(\frac{2 \pi \rho}{\lambda_{c,TE11}}\right) \longrightarrow \frac{1}{2}$$

$$E_\rho = j H_0 I^2 \sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon}} \frac{2 \pi^2}{\lambda \cdot \lambda_{c,TE11}} \sin \theta = E \sin \theta$$

$$E_\theta = j H_0 I^2 \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{2 \pi^2}{\lambda \cdot \lambda_{c,TE11}} \cos \theta = E \cos \theta$$

$$E_z = 0$$

Mode TE₁₁

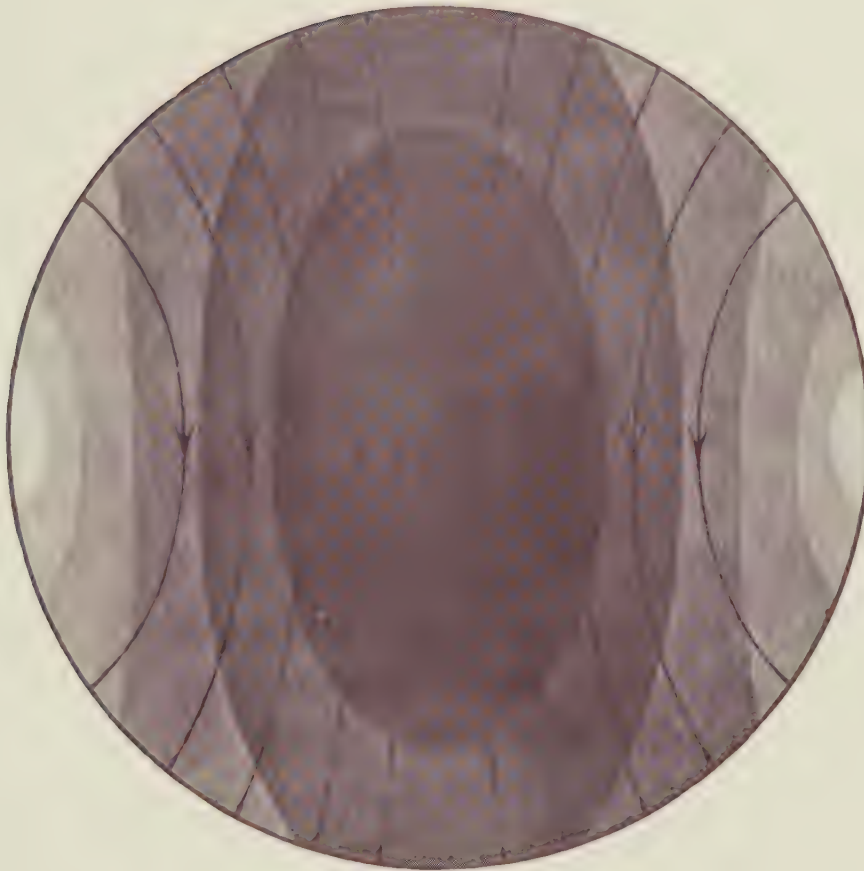


Figure 1

$$H_{\rho} = -j H_0 l^2 \frac{2 \pi^2}{\lambda_{g,TE11} \cdot \lambda_{c,TE11}}, \cos \theta = -H \cos \theta$$

$$H_{\theta} = j H_0 l^2 \frac{2 \pi^2}{\lambda_{g,TE11} \cdot \lambda_{c,TE11}} \sin \theta = H \sin \theta$$

$$H_z = 0$$

Dans ces expressions nous avons rassemblé les termes constants sous un même symbole E ou H et nous avons sous-entendu le terme de propagation qui n'intervient pas dans la suite des raisonnements.

Ces équations caractérisent une onde électromagnétique plane T.E.M., polarisée rectilignement suivant l'axe Oy perpendiculaire à Ox , et se propageant dans un milieu d'impédance d'onde

$$Z = \frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{\lambda_g}{\lambda}$$

On peut dire aussi qu'au voisinage de l'axe du guide tout se passe comme si une onde polarisée rectilignement se propageait en espace libre dans un milieu "d'indice" $\frac{\lambda}{\lambda_g}$ inférieur à l'unité.

On peut montrer, par le calcul, que les vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{H}$ ont une amplitude constante à $\frac{1}{100}$ près dans tout un volume cylindrique compris entre $\rho = 0$ et $\rho = \frac{R}{10}$.

3°) - Les vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{H}$ à la périphérie du guide :

Ils sont donnés par les relations générales dans lesquelles on fait

$$\rho = R$$

On obtient ainsi :

$$E_{\rho} = j H_0 l^2 \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{2 \pi}{\lambda} \frac{1}{R} J_1(1,84) \sin \theta = E' \sin \theta$$

$$E_{\theta} = 0$$

$$E_z = 0$$

$$H_{\rho} = 0$$

$$H_{\theta} = j H_0 l^2 \frac{2 \pi}{\lambda_{g,TE11}} \frac{1}{R} J_1(1,84) \sin \theta = H' \sin \theta$$

$$H_z = H_0 l^2 \frac{4 \pi^2}{\lambda_{c,TE11}^2} J_1(1,84) \cos \theta = H'' \cos \theta$$

On doit se rappeler que l'expression de H_z mise sous la forme $H \cos \theta$ représente une composante en quadrature avec E_ρ et H_θ .

Nous avons représenté les composantes de ces vecteurs sur la figure 2. Nous remarquons que le champ électrique se réduit à E_ρ . Il conserve une direction radiale et son amplitude est une fonction sinusoïdale de l'angle θ .

Il est possible de faire une mesure du champ électrique seul en perçant un très petit trou dans le guide et en faisant passer par celui-ci une antenne radiale, très fine, pénétrant de quelques dixièmes de millimètre à l'intérieur du guide circulaire. Dans la suite, nous appelons cette longueur la "pénétration de l'antenne". De cette façon, nous ne perturbons que très peu la propagation.

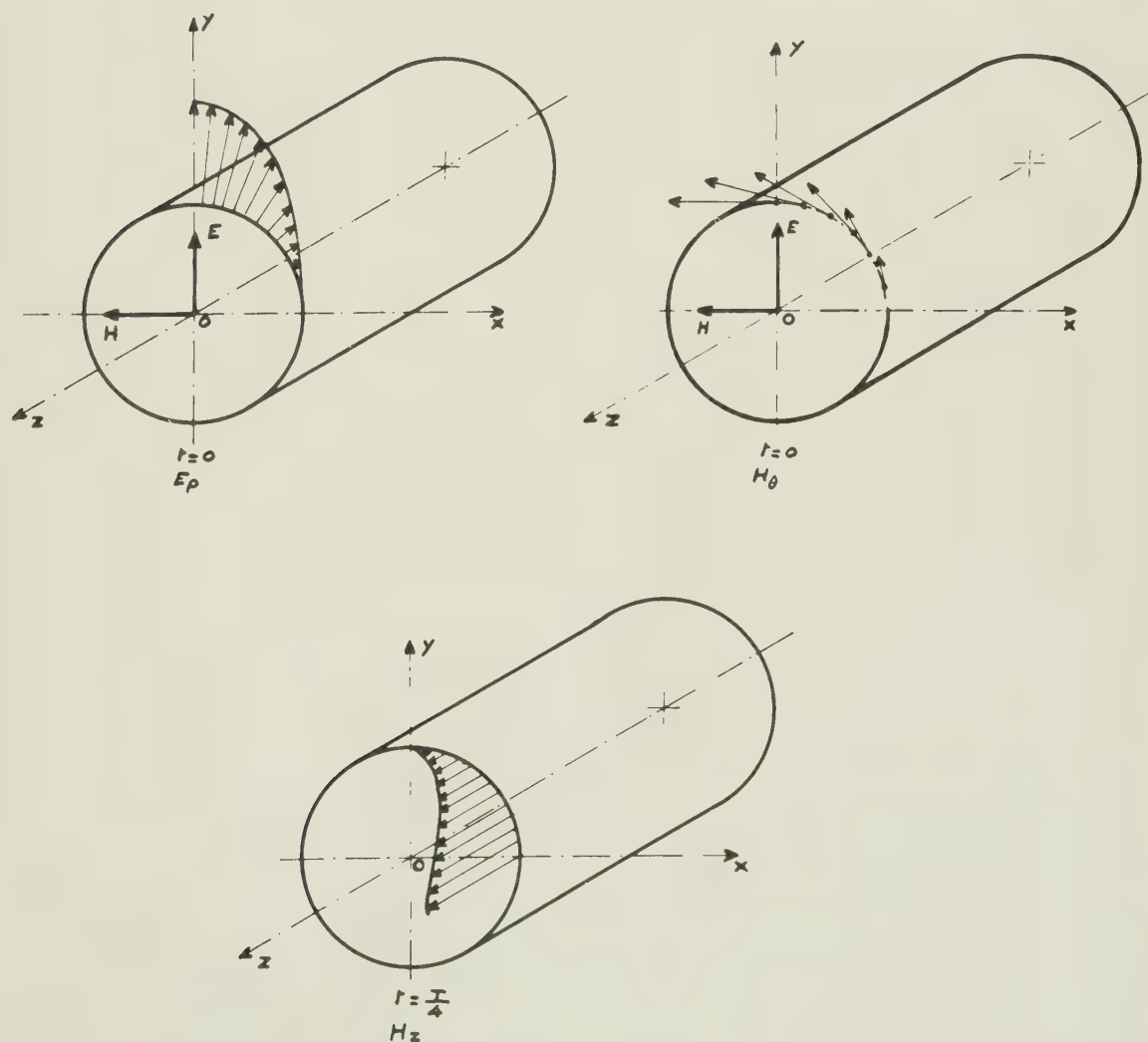


Figure 2

Ceci nous indique que la répartition du champ électrique à la distance R de l'axe du guide est identique à la répartition de l'amplitude des vecteurs d'une onde T.E.M. plane polarisée rectilignement.

Les excitations magnétiques H_{θ} et H_z répondent séparément à une loi harmonique en fonction de θ . Il est théoriquement possible de les différencier l'une de l'autre avec une boucle de couplage convenablement orientée mais la réalisation expérimentale de celle-ci est très difficile.

D'autre part, l'introduction d'une boucle dans un guide amène des perturbations plus importantes que celles dues à une très fine antenne. Pour toutes ces raisons, le couplage magnétique ne semble pas avoir été utilisé dans le domaine de la polarimétrie hertzienne.

Notons aussi que l'excitation magnétique totale, résultante des composantes H_{θ} et H_z , ne peut être utilisée pour caractériser la position d'une vibration car elle possède une direction variable dans le temps.

4°) - La répartition de la puissance propagée dans un guide circulaire :

L'étude de cette répartition à l'intérieur du guide nous fournit également un résultat intéressant.

La puissance moyenne qui se propage à travers un élément de surface ds perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde Oz , est proportionnelle au flux de la composante P_z du vecteur de Poynting suivant cette même direction.

Nous appellerons ligne à "Puissance constante", la courbe plane située dans un plan de section droite du guide cylindrique le long de laquelle la composante P_z conserve une amplitude constante.

Il est équivalent de dire qu'un élément de surface infiniment petit ds , perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde et entourant un point d'essai M , voit sa surface traversée par une puissance moyenne constante lorsque le point M décrit une ligne à "Puissance constante".

Cette dernière définition permet de justifier notre appellation. Le calcul montre que la composante P_z a une amplitude maximale au centre du guide; nous appellerons P_z^0 cette valeur.

On peut écrire :

$$P_z = E_\rho \cdot H_\theta - E_\theta \cdot H_\rho$$

En explicitant cette expression on arrive à la relation :

$$\operatorname{tg} \theta = \sqrt{\frac{J_1^2 \left(1,84 \frac{\rho}{R}\right) - \frac{P_z}{4 P_z^0}}{\frac{P_z}{4 P_z^0} - \left(\frac{R}{1,84 \rho}\right)^2 J_1^2 \left(1,84 \frac{\rho}{R}\right)}}$$

Si l'on se fixe une atténuation, c'est à dire un rapport $\frac{P_z}{P_z^0}$ donné, on obtient une équation en coordonnées polaires qui permet de construire les lignes à puissance constante.

Nous avons construit ces lignes de 2 db en 2 db, depuis 2 db jusqu'à 10 db. Ces lignes déterminent des zones qui ont été ombrées proportionnellement à la puissance moyenne qui les traverse. La figure 1 donne une idée de la répartition de cette puissance traversant une section droite de guide circulaire.

Nous pouvons dire que la puissance moyenne est maximale au centre du guide, là où l'onde peut être considérée comme une onde plane polarisée rectilignement.

On peut dire aussi que l'efficacité de l'onde TELL est maximale pour une substance active placée suivant l'axe du guide.

5°) - Conclusions :

L'ensemble des résultats précédents nous permet de faire une analogie complète entre l'onde TELL dans le guide et l'onde plane polarisée rectilignement.

En particulier, nous pourrions obtenir tous les phénomènes optiques : d'abord l'équivalent d'une onde plane polarisée rectilignement, ce qui sera le mode TELL pur ; puis l'équivalent d'une onde polarisée elliptiquement par la superposition de deux ondes TELL polarisées à angle droit avec des amplitudes différentes et un déphasage quelconque. Si le déphasage est nul, l'onde résultante est polarisée rectilignement. L'équivalent d'une onde polarisée circulairement est obtenue en imposant aux deux ondes précédentes d'avoir une même amplitude et un déphasage de $\pi/2$.

Remarquons aussi qu'il est toujours possible de décomposer une onde polarisée rectilignement, soit en deux ondes polarisées à angle droit, soit en

deux ondes polarisées quelconques et en phase, soit, enfin, en deux ondes polarisées circulairement en sens inverses.

En définitive, la propagation guidée nous offre un champ de recherche en tous points comparable à celui de la polarimétrie classique. Nous avons la possibilité d'observer des phénomènes de polarisation rotatoire naturelle et magnétique, de biréfringence naturelle, magnétique ou électrique, à condition toutefois que ces phénomènes se présentent avec une intensité suffisante pour être observés dans le domaine des ondes centimétriques.

§ II - LA POLARIMETRIE EN GUIDE DE SECTION CARRÉE :

Nous citerons un exemple de polarimétrie hertzienne dans lequel le système de transmission des ondes n'est pas de révolution. A. GOZZINI ⁽¹¹⁾ a étudié la polarisation rotatoire due à l'effet Faraday sur les sels de chrome et de manganèse dans des guides à section carrée.

La dimension du côté du guide est calculée de telle manière que la propagation des ondes polarisées TE₀₁ et TE₁₀ soit la seule possible.

Toute onde polarisée rectilignement (faisant un angle θ quelconque avec des axes rectangulaires liés au guide), qui se présente à l'entrée d'un tel système, se propage dans le guide par suite de sa décomposition en deux ondes TE₀₁ et TE₁₀ polarisées à angle droit. A la sortie, la recombinaison de ces deux ondes restitue intégralement la polarisation de l'onde incidente. Il est alors facile de prévoir que, si au cours de la propagation de l'onde dans le guide à section carrée, il vient à se produire une modification dans l'état de la polarisation, cette modification se retrouvera rigoureusement identique à elle-même à la sortie.

Dans les expériences de A. GOZZINI, la recombinaison des ondes TE₀₁ et TE₁₀ s'effectue en espace libre. C'est là, certainement, un point délicat. L'auteur signale ne pas avoir observé d'effet dans les sels de fer alors qu'il est théoriquement prévisible. La propagation en guide circulaire nous a permis d'observer très facilement l'effet rotatoire Faraday de ces sels. La question sera reprise dans la partie expérimentale.

En conclusion, il semble donc que la méthode de propagation dans un guide circulaire, tout en étant plus simple, soit également plus sûre.

§ III - LES DIFFERENTS TYPES DE POLARIMETRES DEJA UTILISES

1°) - Le polarimètre à un seul cristal tournant :

a) - Repérage d'une vibration et calcul du courant détecté :

Nous avons déjà indiqué le principe du repérage : il consiste à percer , dans le guide , un petit trou , à travers lequel on introduit une antenne très fine qui dépasse à peine à l'intérieur du guide . L'énergie empruntée au champ électrique est ainsi très faible et la perturbation apportée par cette antenne peut être considérée comme négligeable.

Un résonateur ajustable excité par l'antenne précédente et comportant un cristal détecteur permet de mesurer , au moyen d'un galvanomètre, une intensité de courant redressé qui , dans les cas usuels d'utilisation d'un cristal , est proportionnelle au carré du champ électrique (Figure 3).

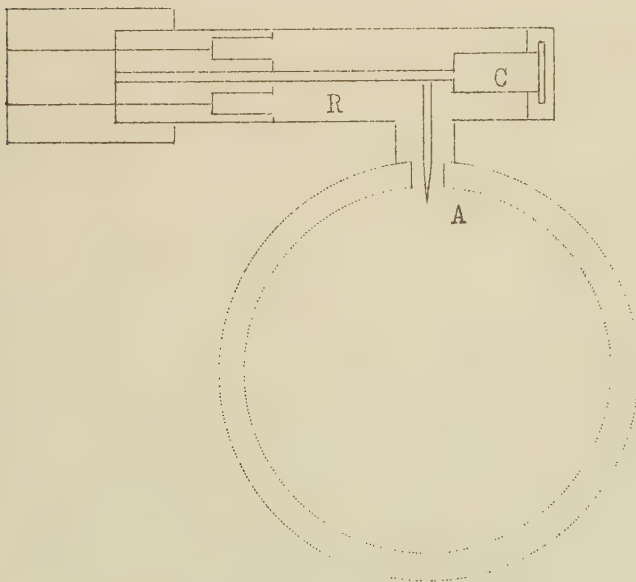
Si un tel dispositif est placé sur une portion de guide qui peut tourner autour de l'axe de propagation Oz, nous pourrions explorer le champ dans un plan de section droite au voisinage de la surface du guide.

Si, de plus , cette section porte une graduation soignée avec un vernier pour la lecture des angles nous pourrions repérer avec précision des rotations.

Considérons deux axes rectangulaires, Ox et Oy dans un plan de section droite du guide circulaire dont l'origine O est confondue avec le centre de la section circulaire du guide.

Nous repérons l'antenne et le résonateur par l'angle θ , (Figure 4).

Nous considérons le cas général d'une vibration elliptique dont les axes sont confondus avec Ox et Oy . Nous supposons que le grand axé E' est



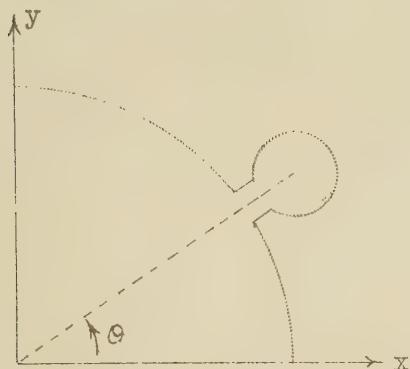
- Figure 3 -

Dispositif résonateur R avec
l'antenne A et le cristal détecteur C

suivant la direction Oy. Si E'' est le petit axe, l'équation de l'ellipse est :

$$x = E'' \sin \omega t$$

$$y = E' \cos \omega t$$



- Figure 4 -

Cette vibration peut être considérée comme la somme de deux vibrations rectilignes, x et y , indépendantes.

Dans ces conditions, la répartition du champ électrique, au voisinage de l'antenne est :

$$E' \sin \theta \cos \omega t \text{ pour la vibration } y$$

$$E'' \cos \theta \sin \omega t \text{ pour la vibration } x$$

L'antenne additionne ces deux composantes. L'amplitude des oscillations de la cavité est proportionnelle au champ d'excitation, c'est-à-dire à :

$$E' \sin \theta \cos \omega t + E'' \cos \theta \sin \omega t$$

expression que l'on peut mettre sous la forme :

$$\sqrt{E'^2 \sin^2 \theta + E''^2 \cos^2 \theta} \sin(\omega t - \theta')$$

θ' étant une constante.

Le courant de détection i est proportionnel au carré de l'amplitude; il s'écrit :

$$i = K \left[E'^2 \sin^2 \theta + E''^2 \cos^2 \theta \right]$$

En introduisant l'ellipticité e

$$e = \frac{E''}{E'} = \operatorname{tg} \psi$$

Il vient

$$i = K E'^2 \left[\sin^2 \theta + \operatorname{tg}^2 \psi \cos^2 \theta \right]$$

K est une constante qui dépend de la pénétration de l'antenne dans le guide, des caractéristiques de la cavité et du cristal détecteur.

Nous observons, au cours d'une rotation complète du polarimètre, deux maxima égaux à 180° l'un de l'autre et deux minima non nuls à 90° des maxima précédents.

b) - Etude de la sensibilité :

La sensibilité s est donnée par le rapport $\frac{di}{d\theta}$, soit :

$$s = K E'^2 \left[1 - \operatorname{tg}^2 \psi \right] \sin 2 \theta$$

Cette sensibilité est nulle pour $\theta = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$. Ces positions correspondent aux axes de l'ellipse. Il est donc impossible de repérer avec précision une vibration elliptique par son maximum ou son minimum.

Par contre cette sensibilité est maximale pour $\theta = \pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4, 7\pi/4$ et vaut alors :

$$s_{\max} = K E'^2 \left[1 - \operatorname{tg}^2 \psi \right]$$

En tenant compte de ce résultat, le repérage d'une vibration s'effectue de la façon suivante : on place le polarimètre à 45° de l'une des positions de courant maximal ou minimal donné par le détecteur. Cette position n'est évidemment pas connue de façon plus précise que celle donnée à partir des maxima ou des minima. Malgré cette imprécision, nous sommes assurés d'être au voisinage d'un maximum de sensibilité de l'appareil.

On repère alors l'angle θ_1 du polarimètre sur le vernier ainsi que l'indication i du galvanomètre.

On fait ensuite tourner le polarimètre dans un sens ou dans l'autre jusqu'à avoir la même indication i du galvanomètre. On repère alors la nouvelle position du polarimètre par l'angle θ_2 .

La direction de l'un des axes de l'ellipse est déterminée par l'angle (H) lié à θ_1 et θ_2 par la relation :

$$(H) = \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}$$

Si, au cours de la rotation du polarimètre de la position θ_1 à la position θ_2 , le galvanomètre est passé par un maximum, l'angle (H) détermine la direction du grand axe de l'ellipse. Si, au contraire, le galvanomètre est passé par un minimum, l'angle (H) détermine la direction du petit axe de l'ellipse.

Il est à noter que la sensibilité est d'autant meilleure que l'ellipticité est plus faible et qu'elle est maximale pour une vibration rectiligne.

De même, il est important de remarquer que la détermination de la position d'une vibration par deux pointés symétriques entraîne des régimes de fonctionnement de cavité et de cristal rigoureusement identiques dans les deux mesures. Le résultat fourni est indépendant des caractéristiques du polarimètre. Il s'ensuit que, même si le cristal détecteur n'est pas parfaitement quadratique, la mesure de la rotation reste correcte.

Par contre, la réalisation mécanique n'autorise aucun compromis. La rotation du système solidaire du polarimètre ne doit entraîner aucune perturbation dans la propagation de l'onde TE₁₁ à l'intérieur du guide circulaire. Ceci exige un centrage rigoureux des pièces mobiles et un guide parfaitement circulaire.

Il semble bien que, parmi les différents types de polarimètres existants, ce soit le seul qui permette de situer, avec la meilleure précision, la position angulaire d'une vibration ; les autres, bien que plus sensibles, sont plus particulièrement adaptés à la mesure d'une variation d'angle ; cette question sera étudiée dans un prochain chapitre.

c) - Mesure de l'ellipticité d'une vibration :

L'ellipticité est souvent une grandeur importante à connaître ; elle se déduit directement de la relation générale donnant i , écrite pour $\theta = 0$ d'une part et pour $\theta = \pi/2$ d'autre part.

$$i_{\theta=0} = K E'^2 \operatorname{tg}^2 \psi$$

$$i_{\theta=\pi/2} = K E'^2$$

soit

$$\operatorname{tg} \psi = \sqrt{\frac{i_{\theta=0}}{i_{\theta=\pi/2}}}$$

Cette expression n'est valable que si le cristal détecteur est rigoureusement quadratique. Si cette condition n'est pas réalisée, l'expression précédente définit ce que P. LOUDETTE appelle, dans sa thèse ⁽⁵⁾, le "facteur d'ellipticité". Il représente l'ellipticité des énergies.

L'erreur que nous commettons sur l'ellipticité est faible sauf pour de petites ellipticités.

En effet, l'erreur relative est :

$$\frac{de}{e} = \frac{1}{2} \left[\frac{di_{\theta=0}}{i_{\theta=0}} + \frac{di_{\theta=\pi/2}}{i_{\theta=\pi/2}} \right]$$

si l'ellipticité est faible $i_{\theta=0}$ est petit, nous voyons alors qu'il est important de connaître cette valeur avec d'autant plus de précision qu'elle est plus faible. En particulier, si $i_{\theta=0}$ est voisin de zéro, nous ne pourrions pas faire de mesures correctes.

Par contre , la mesure de l'ellipticité n'exige pas que les angles soient connus avec une grande précision puisque $i_{\theta=0}$ et $i_{\theta=\pi/2}$ varient peu avec l'angle au voisinage de deux positions extrêmes.

Remarque::

De l'existence d'un maximum et d'un minimum non nul du courant i , au cours de la rotation du polarimètre , il ne faut pas conclure à l'existence d'une onde elliptique. En effet, une onde polarisée rectilignement, superposée à une onde dépolarisée d'amplitude différente, donne rigoureusement le même phénomène. Par dépolarisation, nous entendons une onde TE11 dont le vecteur champ électrique a une orientation et une phase désordonnées dans le temps.

Si l'on ne connaît pas, d'une façon certaine, la nature de l'onde à analyser, il est impossible de conclure directement. Seule la méthode du quart d'onde, envisagée plus loin, permet de choisir entre les deux solutions.

2°) - Le polarimètre dit "à pénombre" :

a) - Repérage d'une vibration et calcul du courant détecté :

Nous avons réalisé un dispositif bien connu des opticiens sous le nom de dispositif à pénombre (6), (7), (8). Pour cela, nous utilisons deux détecteurs, comme il a été décrit précédemment, avec leurs antennes situées dans le même plan de section droite et formant, entre elles, un angle $2c$.

Nous repérons les deux antennes par la position angulaire de leur bissectrice (Figure 5).

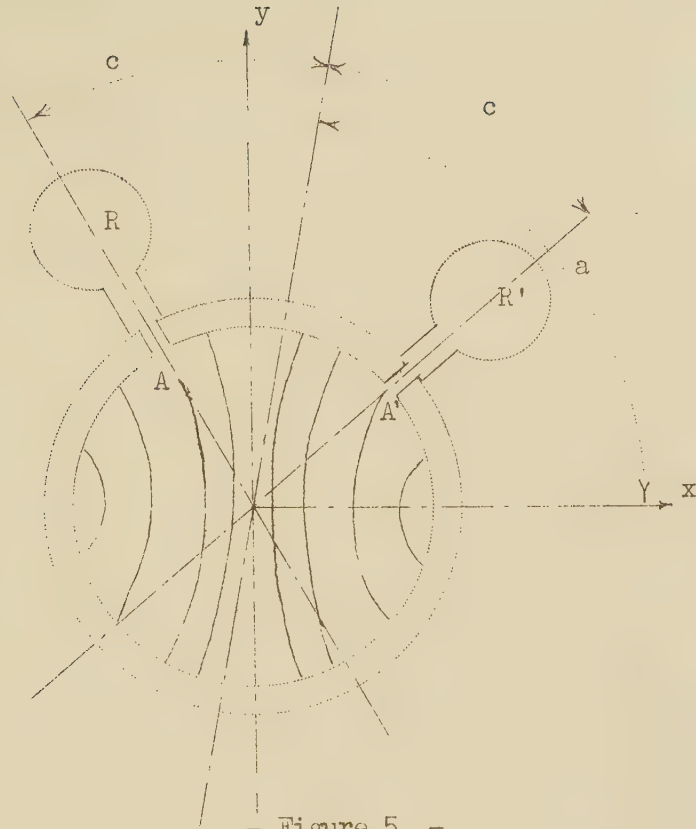
Nous appellerons α l'angle de cette bissectrice avec l'axe Ox.

Nous définissons une vibration elliptique comme nous l'avons déjà fait précédemment et nous appliquons , pour chaque résonateur, les résultats déjà obtenus.

Avec nos conventions particulières d'angles , nous devons remplacer θ par $\alpha-c$ pour le résonateur R' et θ par $\alpha+c$ pour le résonateur R . Les courants issus des deux sondes s'expriment alors par les relations :

$$i_1 = K E^2 \left[\sin^2 (\alpha-c) + \operatorname{tg}^2 \psi \cos^2 (\alpha-c) \right]$$

$$i_2 = K E^2 \left[\sin^2 (\alpha+c) + \operatorname{tg}^2 \psi \cos^2 (\alpha+c) \right]$$



- Figure 5 -

Calcul de la sensibilité du détecteur à pénombre

K est le même dans les deux égalités si les antennes ont une pénétration identique dans le guide et si les deux cavités et les deux cristaux détecteurs sont rigoureusement semblables, ce que nous supposons.

Si nous mesurons la différence $i_2 - i_1$ par une méthode d'opposition, nous avons :

$$i = i_2 - i_1 = K E'^2 \left[1 - \operatorname{tg}^2 \psi \right] \sin 2a \sin 2c$$

b) - Etude de la sensibilité :

$$s = \frac{di}{da} = 2 K E'^2 \left[1 - \operatorname{tg}^2 \psi \right] \cos 2a \sin 2c$$

Cette sensibilité est maximale pour $\sin 2c = 1$, soit $2c = \pi/2$. Ce résultat entraîne, pour les polarimètres de ce type, une disposition des antennes telle qu'elles soient toujours à 90° l'une de l'autre.

Nous voyons d'autre part, que la sensibilité est maximale pour $a = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$; elle s'écrit dans ce cas :

$$s_{\text{Max}} = 2 K E'^2 \left[1 - \text{tg}^2 \psi \right]$$

Si l'on compare ce résultat avec celui du polarimètre à un cristal, nous remarquerons que nous avons doublé la sensibilité.

Compte tenu de la valeur trouvée pour $2c$, l'expression générale de i s'écrit :

$$i = K E'^2 \left[1 - \text{tg}^2 \psi \right] \sin 2 \alpha$$

Au cours d'une rotation complète du polarimètre, le courant i s'annule 4 fois. Chacune de ces quatre positions correspond alternativement, soit à la direction de l'amplitude maximale de la vibration elliptique, soit à la direction du petit axe de l'ellipse. Il n'est pas possible de trancher cette question directement. Cette indétermination est facilement levée car, généralement on connaît approximativement l'une de ces directions.

S'il n'en est pas ainsi, l'examen du courant débité par l'un des deux résonateurs, soit i_1 , soit i_2 , permet de conclure immédiatement.

L'indétermination précédente ne constitue pas une difficulté pour les mesures.

Le polarimètre à pénombre, outre l'avantage de posséder une bonne sensibilité, permet par une seule mesure de zéro, de connaître la position d'une vibration, ce qui est un avantage supplémentaire sur le polarimètre à un cristal qui, nous l'avons vu, nécessite deux mesures.

c) - Mesure de l'ellipticité :

Cette mesure ne peut pas s'effectuer directement avec ce système qui est particulièrement adapté à la mesure des angles.

Nous avons toujours la possibilité de n'utiliser qu'un seul détecteur et d'effectuer une mesure directe d'ellipticité comme nous l'avons fait avec le polarimètre à un seul cristal, mais dans cette éventualité, nous n'utilisons pas la meilleure sensibilité de l'appareillage à pénombre.

Par contre, ce dernier semble bien adapté à une mesure d'ellipticité par la méthode du quart d'onde qui fait intervenir une mesure d'angle.

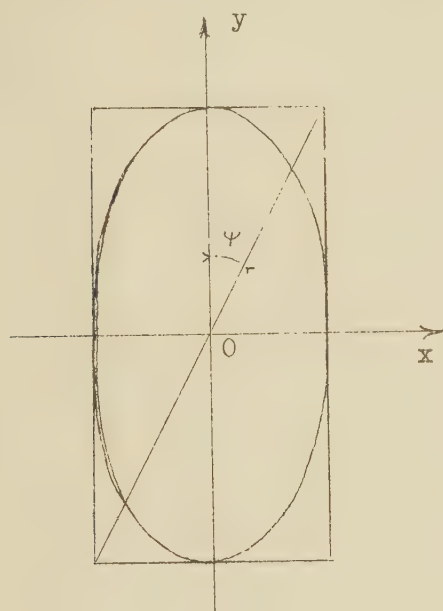
- Méthode du quart d'onde :

En optique, un biréfringent quart d'onde est une lame cristalline qui donne un déphasage de 90° entre deux vibrations rectilignes rectangulaires,

se propageant suivant les "lignes neutres" de la lame biréfringente.

Si un tel biréfringent conçu pour l'optique ultrahertzienne est placé sur le trajet d'une onde polarisée rectilignement dont le vecteur champ électrique $\vec{E}$, fait l'angle ψ avec une ligne neutre, il transforme cette vibration en une vibration elliptique.

L'ellipse est inscrite dans un rectangle ayant pour diagonale la direction de la vibration incidente ; ses axes sont les deux directions neutres.



- Figure 6 -

Principe du fonctionnement d'un biréfringent quart d'onde. Les axes Ox et Oy sont les lignes neutres.

si ψ est positif, la vibration elliptique est droite

si ψ est négatif, la vibration elliptique est gauche.

Inversement, par application du principe du retour inverse de la lumière, une vibration elliptique envoyée sur le biréfringent, de telle sorte que les axes de l'ellipse se trouvent suivant les lignes neutres, donnera, à la sortie, une vibration rectiligne faisant l'angle ψ avec la direction neutre suivant laquelle se trouve son grand axe

La mesure de cet angle nous donnera, par sa tangente, l'ellipticité de la vibration (Figure 6).

Avec les conventions habituelles de l'optique et en prenant pour origine des angles le grand axe de l'ellipse, nous pouvons déterminer le sens de la vibration :

- Possibilité d'utilisation du quart d'onde dans une bande de fréquences :

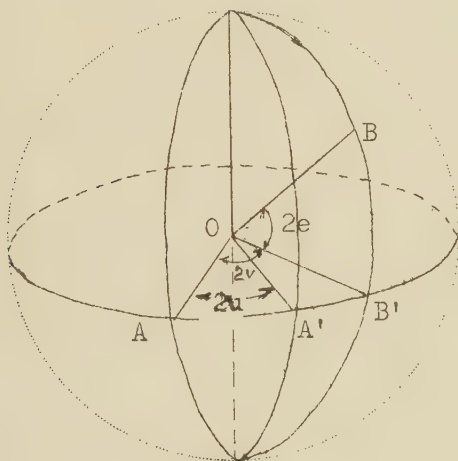
D'après sa construction, un biréfringent n'est en principe quart d'onde que pour une fréquence déterminée (nous avons choisi, pour nos mesures, la fréquence correspondant à 3,2 cm de longueur d'onde). Il est possible de se rendre compte que, même assez loin de la fréquence pour laquelle il a été construit, nous pouvons encore employer le biréfringent. Nous utiliserons, pour cela, la sphère de Poincaré qui permet de représenter par les points de sa surface les vibrations de toute espèce (12).

On sait que l'on peut alors caractériser toutes les vibrations rectilignes par des points situés sur l'équateur de la sphère (Figure 7).

La direction d'une vibration privilégiée V , prise pour origine, est représentée, par exemple, par le point A .

Dans cette construction :

- une vibration rectiligne V' , faisant un angle u avec la direction de V , est figurée par un point A' de l'équateur tel que : $\widehat{AOA'} = 2u$;
- une vibration elliptique dont le grand axe fait avec la direction de V un angle v et dont l'ellipticité est e , est représentée par le point B situé sur le méridien passant par le point B' tel que : $\widehat{AOB'} = 2v$ et $\widehat{B'OB} = 2e$.



- Figure 7 -

Représentation sur la sphère de Poincaré : A' vibration rectiligne, B vibration elliptique d'ellipticité e .

Si nous plaçons un biréfringent quart d'onde de telle façon que l'une de ses lignes neutres soit, suivant la direction du grand axe OB' d'une vibration elliptique B , il transformera cette vibration en une vibration rectiligne C . Ce résultat est obtenu en faisant tourner le point B de 90° autour de la droite OB' (figure 8). Si le biréfringent n'est pas rigoureusement quart d'onde, nous aurons une rotation supérieure ou inférieure à 90° .

Si ϕ est l'angle représentant le déphasage et λ la longueur d'onde, nous avons :

$$\phi = 2\pi\ell\left(\frac{n-n'}{\lambda}\right)$$

ℓ est la longueur du biréfringent ;
 n et n' sont les indices suivant

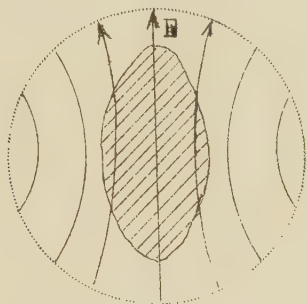
les lignes neutres, liés aux longueurs d'onde correspondantes dans le guide λ_1 et λ_2 par les relations :

$$n = \frac{\lambda}{\lambda_1} \quad n' = \frac{\lambda}{\lambda_2}$$

Si λ_0 est la longueur d'onde pour laquelle le biréfringent est rigoureusement quart d'onde, nous avons :

que l'onde ayant son vecteur $\vec{E}$ dans le plan méridien, voit sa vitesse de phase augmentée.

On détermine expérimentalement la longueur à donner aux plaques pour obtenir, à la sortie, un déphasage de $\pi/2$ entre les deux ondes.



- Figure 9 -

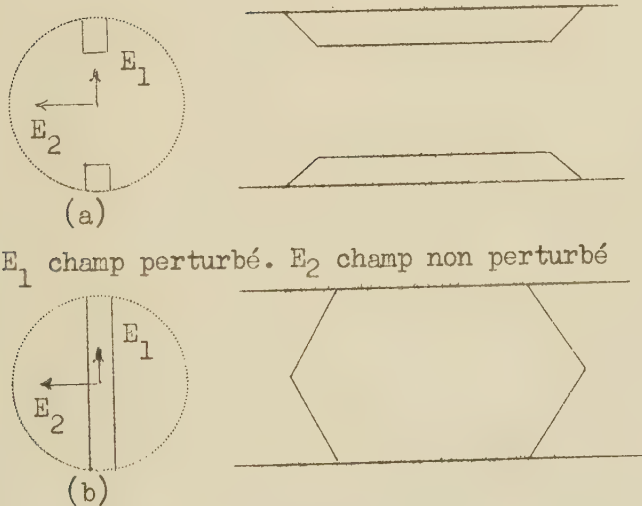
Rappel concernant le mode TE₁₁ et la répartition de l'énergie

Il est cependant extrêmement difficile de réaliser matériellement ce dispositif qui n'admet pas la moindre dissymétrie.

Dans un deuxième type, on a placé dans un plan méridien une lame de diélectrique (Figure 10b). L'onde ayant son champ électrique $\vec{E}$ perpendiculaire à la lame est très peu perturbée; celle dont le champ $\vec{E}$ est dans le plan de la lame, possède une vitesse de phase divisée par $\sqrt{\epsilon}$.

Ici encore, les dissymétries mécaniques inévitables ont une telle importance qu'il ne nous a pas été possible de le réaliser correctement.

Nous avons choisi, en définitive, pour sa plus grande précision, un guide rectangulaire dont les dimensions transversales sont telles que la propagation peut se faire avec un vecteur $\vec{E}$ susceptible d'occuper deux directions perpendiculaires qui sont



- Figure 10 -

Deux types de lames quart d'onde analogiques.

alors les lignes neutres du biréfringent.

D'après les relations connues, donnant les longueurs d'onde dans les guides rectangulaires pour les modes principaux TE₀₁ et TE₁₀, nous avons :

$$\frac{1}{\lambda_1^2} = \frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{(2a)^2}$$

$$\frac{1}{\lambda_2^2} = \frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{(2b)^2}$$

en appelant λ_1 et λ_2 les longueurs d'onde correspondantes dans le guide.

Si ℓ est la longueur de ce guide particulier, le déphasage entre l'onde se propageant avec son vecteur $\vec{E}$ perpendiculaire au côté a et l'autre ayant son vecteur $\vec{E}$ perpendiculaire au côté b est donné par :

$$\phi = 2\pi\ell \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right)$$

Si nous imposons à ce déphasage la valeur $\pi/2$, il vient la relation entre λ_1 et λ_2 :

$$\lambda_1 \cdot \lambda_2 = 4\ell (\lambda_1 - \lambda_2)$$

Cette égalité jointe aux deux précédentes nous permet de trouver une relation entre les dimensions du quart d'onde a, b et ℓ . Le choix arbitraire de deux de ces grandeurs détermine la troisième.

Généralement, on calcule ℓ en fonction de a et b ; dans ces conditions :

$$\ell = \frac{1}{2} \frac{ab\lambda}{a \sqrt{(2b)^2 - \lambda^2} - b \sqrt{(2a)^2 - \lambda^2}}$$

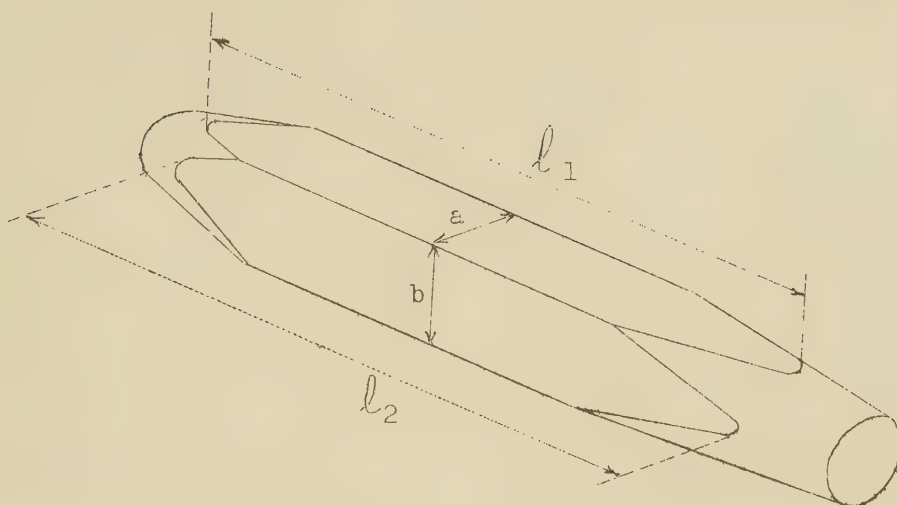
Cette formule n'admet de solution réelle que si :

$$2a > \lambda \quad \text{et} \quad 2b > \lambda$$

Ces deux conditions traduisent le fait que le guide ne doit être à la coupure pour aucune des deux dimensions a et b.

Le calcul précédent est rigoureux pour un tronçon de guide rectangulaire limité à ses extrémités par deux sections droites. Pour les besoins de notre montage, nous devons raccorder les extrémités d'un tel guide rectangulaire avec le guide circulaire.

Nous avons réalisé ces transitions à l'aide de sections coniques de faible ouverture de manière à effectuer un passage progressif de la section circulaire à la section rectangulaire. Les sections de raccordement du cône avec le guide rectangulaire sont constituées par des hyperboles (Figure 11)..



- Figure 11 -

Aspect du biréfringent quart d'onde sous forme de guide d'onde

Dans ces conditions, il devient difficile de définir une longueur ℓ de quart d'onde comme nous l'avons fait dans le calcul précédent.

Nous ferons les hypothèses suivantes :

nous choisissons pour a et b des valeurs voisines et un angle au sommet de la section conique tel que les valeurs de ℓ_1 et ℓ_2 (distances entre les sommets respectifs des hyperboles de deux faces successives du quart d'onde) soient du même ordre de grandeur. On peut alors définir une longueur ℓ moyenne.

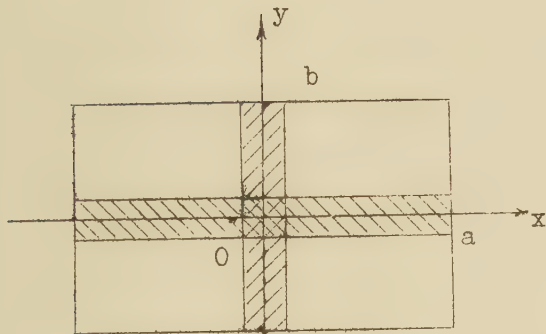
La formule théorique donnant ℓ permet alors de déterminer un ordre de grandeur de cette valeur qui sert de base à la réalisation matérielle.

L'expérience seule permet ensuite de modifier cette donnée pour obtenir une meilleure précision.

On peut justifier notre définition de ℓ par le fait que l'énergie se propage surtout au voisinage des axes de la section rectangulaire (Figure 12).

Suivant ces deux directions, l'onde possède un maximum d'efficacité. C'est donc la distance moyenne entre les sommets des hyperboles qui intervient

et qui détermine la longueur du quart d'onde . L'expérience nous a permis de vérifier l'exactitude de ces remarques.



- Figure 12 -

Section droite du quart d'onde

Nous avons réalisé un certain nombre de biréfringents par galvanoplastie selon l'une des deux méthodes que nous décrirons dans une deuxième partie.

La taille des quatre plans formant le guide rectangulaire a été effectuée par fraisage suivi d'un polissage soigné.

Nous donnons les cotes d'un quart d'onde réalisé pour $\lambda = 3,2 \text{ cm}$

$$a = 23,5 \text{ mm}$$

$$b = 22 \text{ mm}$$

$$\ell_1 = 140 \text{ mm}$$

ℓ_1 est la distance prise entre les sommets des hyperboles sur la face de largeur a .

L'angle au sommet du cône de raccordement est de 8 degrés et le diamètre du guide circulaire de 21 mm.

- Résultats expérimentaux :

Nous avons placé les lignes neutres du quart d'onde à 45 degrés de la vibration rectiligne initiale . Pour une longueur d'onde prise arbitrairement dans la gamme couverte par le klystron , nous obtenons une vibration elliptique.

Nous avons relevé le rapport des axes de l'ellipse en fonction de la longueur d'onde et nous avons tracé le graphique correspondant.

Auparavant, nous avons fait varier la puissance reçue par le cristal détecteur de manière à ce que celui-ci fonctionne dans une zone de sa caractéristique où il est pratiquement quadratique ; ainsi,

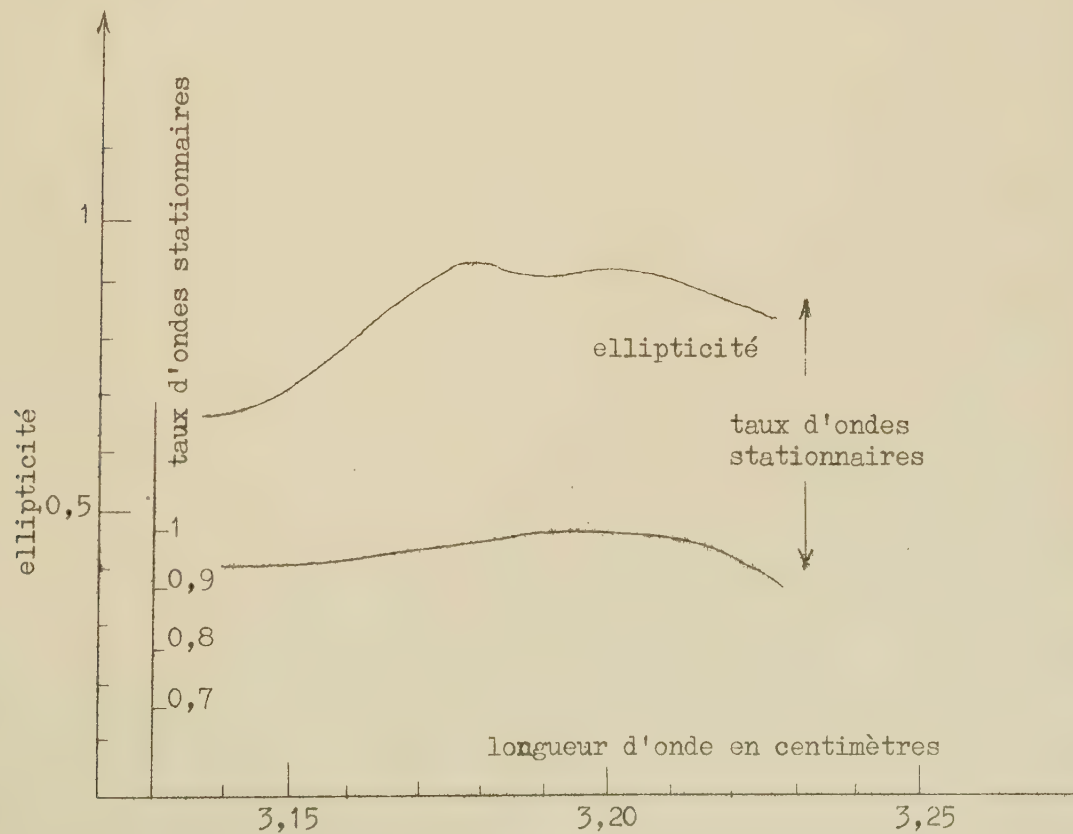
$$e = \frac{b}{a} = \sqrt{\frac{i_{\max}}{i_{\min}}}$$

Dans ces conditions nous avons obtenu les résultats suivants :

λ_{mm}	31,37	31,48	31,57	31,65	31,72	31,76	31,80	31,85	31,90
$e = \frac{b}{a}$	0,69	0,70	0,76	0,84	0,89	0,93	0,94	0,94	0,93

λ_{mm}	31,94	32,02	32,07	32,11	32,16	32,20
$e = \frac{b}{a}$	0,94	0,94	0,92	0,90	0,88	0,86

La courbe représentative de l'ellipticité montre que la vibration est pratiquement circulaire pour une bande de fréquences limitée par les longueurs d'onde 3,18 cm et 3,20 cm (Figure 13).



- Figure 13 -

Un phénomène de résonance pourrait être à l'origine du palier que nous observons sur la courbe expérimentale.

Sur la figure, nous avons aussi reporté le taux d'ondes stationnaires que la lame quart d'onde introduit sur le banc de polarimétrie . On voit qu'il y a très peu d'énergie réfléchie ; ceci est dû aux terminaisons en tronc de cône qui réalisent graduellement l'adaptation d'impédance entre le guide circulaire et le guide rectangulaire.

Nous dirons , en résumé , que la méthode du quart d'onde reste pour l'optique ultrahertzienne la seule méthode qui nous permette d'affirmer que la vibration étudiée est, ou non, une vibration elliptique.

Elle est aussi la seule qui permette de mesurer "l'ellipticité des amplitudes" (5) , si l'on met en doute la détection quadratique des cristaux employés.

CHAPITRE DEUXIEME

UN POLARIMETRE A "DOUBLE EXCITATION" A UN SEUL CRISTAL ET UNE SEULE CAVITE

§ I - QUELQUES REMARQUES SUR LES TYPES DE POLARIMETRES ETUDIES PRECEDEMMENT

§ II - LE POLARIMETRE A "DOUBLE EXCITATION" A UN CRISTAL ET UNE CAVITE

- 1°) - Description de l'appareil
- 2°) - Repérage d'une vibration et calcul du courant détecté
- 3°) - Etude de la sensibilité et conduite d'une mesure
- 4°) - Mesure de l'ellipticité d'une vibration
- 5°) - Réglage de l'appareil
- 6°) - Courbe de réponse du polarimètre

§ III - ETUDE DETAILLEE DE LA CAVITE COAXIALE

- 1°) - Détermination du rayon R_2 de la cavité
- 2°) - Détermination de la longueur L de la cavité
- 3°) - Vérification expérimentale
- 4°) - Lignes de champ électrique et répartition de la puissance pour les modes T.E.M., TE₁₁, TE₂₁, TE₃₁, TE₄₁. - Exemple de calcul.

§ IV - LES CONCLUSIONS DE CETTE ETUDE APPLIQUEES A LA POLARIMETRIE

- 1°) - Position de l'antenne dans la cavité en résonance
- 2°) - Choix des modes utilisables en polarimétrie
- 3°) - La théorie du polarimètre et l'emploi des nouvelles résonances
- 4°) - L'intensité comparée des différents modes
- 5°) - Conclusions

§ I - QUELQUES REMARQUES SUR LES TYPES DE POLARIMETRES ETUDIES PRECEDEMMENT :

Le polarimètre à un cristal, le plus simple , n'a de ce fait même, à subir aucune critique, tant du point de vue théorique qu'expérimental.

Malgré cela , nous avons toujours avantage à utiliser un appareil de sensibilité la plus grande possible pour effectuer les mesures.

Nous savons que le polarimètre à pénombre permet de doubler cette sensibilité. En fait, nous allons voir que cette amélioration sera marquée par un certain nombre de difficultés.

Théoriquement , nous ne pouvons faire aucune remarque défavorable mais, du point de vue expérimental , il est nécessaire de prendre certaines précautions avant de commencer les mesures . Un mauvais fonctionnement peut amener l'opérateur à conclure à l'existence d'une rotation alors qu'il s'agit simplement d'un phénomène lié à une variation de puissance reçue par le polarimètre.

Nous rappelons que, dans le chapitre précédent, nous avons admis que la constante K était la même dans les expressions donnant les courants i_1 et i_2 . Cette condition est difficile à réaliser expérimentalement.

En effet , nous avons introduit dans cette constante un certain nombre de facteurs dépendant :

- d'une part, de données mécaniques : couplage du guide circulaire avec la cavité coaxiale en fonction de la pénétration de l'antenne , caractéristiques de la cavité, couplage du détecteur avec le résonateur.
- d'autre part, de données électriques constantes propres au cristal détecteur

Si tous ces facteurs sont des constantes pour un résonateur donné , il est difficile d'affirmer que deux montages semblables possèdent ces mêmes caractéristiques.

La dissymétrie qui en résulte se traduit par l'introduction d'une constante $K' \neq K$ dans le calcul du courant i_2 par exemple. Mais, expérimentalement , nous avons la possibilité de régler ce courant par une résistance extérieure variable de manière à ramener K' à être égal à K . Il est donc facile

d'annuler l'effet de ces dissymétries.

Par contre, il n'est pas possible de compenser, d'une manière analogue, les écarts dus à l'emploi de deux cristaux détecteurs de caractéristiques différentes ou même très voisines.

On peut voir que, si ces caractéristiques ne sont pas rigoureusement identiques, le zéro de l'appareil, défini par $i = 0$, devient une fonction de la puissance reçue par le polarimètre.

Dans ces conditions, le courant i_1 , déterminé par l'amplitude des oscillations de la cavité coaxiale, est une fonction inconnue F_1 des variables E' et a ; il s'exprime par l'égalité :

$$i_1 = F_1 (E' , a)$$

On a, de même, à partir d'une fonction inconnue F_2 :

$$i_2 = F_2 (E' , a)$$

Le courant i s'écrit :

$$i = F_2 (E' , a) - F_1 (E' , a)$$

Plus simplement, on peut mettre cette expression sous la forme :

$$i = F (E' , a)$$

en posant $F = F_2 - F_1$.

Nous supposons qu'il est impossible d'écrire i sous la forme d'un produit de deux fonctions $\varphi_1 (E' , a)$. $\varphi_2 (a)$. Cette dernière éventualité a lieu dans le cas déjà envisagé de la détection quadratique où le zéro de la fonction $\varphi_2 (a)$ entraîne, quel que soit E' , une position fixe pour le zéro de l'appareil.

Dans la plupart des cas, on est obligé de considérer la fonction générale $F (E' , a)$. Le courant i s'annule si $F (E' , a) = 0$, ce qui entraîne, pour chaque valeur de E' , une valeur différente pour a . Il s'ensuit que la position du zéro dépend de la puissance reçue au niveau des antennes. Il devient impossible de définir ainsi la direction d'une vibration. Les mesures de rotation n'ont de sens que si E' est maintenu constant. Il est souvent impossible d'assurer cette condition au cours d'une expérience.

Il est donc nécessaire de choisir deux détecteurs dont les caractéristiques sont rigoureusement identiques. La seule méthode pour obtenir ce résultat consiste à effectuer une sélection parmi de nombreux cristaux. On trace systématiquement leurs caractéristiques sur un banc U.H.F. et on appaire les

cristaux les plus voisins (14), (8).

Malgré le choix effectué, il nous a été impossible de maintenir, avec le polarimètre fixe, la condition $i = 0$, quelle que soit la puissance reçue au niveau des antennes. Nous avons pu, cependant, pour certains intervalles de puissance seulement, classer par groupe de deux, un certain nombre de cristaux remplissant les conditions précédentes.

La précision d'une mesure ne peut pas dépasser celle qu'entraîne la détermination du zéro.

Outre la qualité du choix des deux cristaux détecteurs, interviennent encore, dans la détermination de la position exacte d'une vibration, les réglages :

- de la résistance extérieure de manière à assurer l'égalité $K' = K$
- de l'accord des deux résonateurs par un piston réglable.

Ces deux derniers réglages, s'ils ne sont réalisés qu'approximativement, n'ont aucune influence sur la mesure d'une variation d'angle ; ils n'interviennent alors que sur la sensibilité de l'appareillage. C'est en ce sens que nous avons dit précédemment que ce polarimètre était mieux adapté aux mesures relatives qu'aux mesures absolues.

L'ensemble des difficultés précédentes nous a conduits à chercher s'il n'était pas possible d'envisager un système de même sensibilité que le polarimètre à pénombre mais ne comportant qu'une seule cavité et qu'un seul cristal.

Nous avons alors imaginé de transmettre l'excitation des deux antennes à 90° , non plus à deux cavités résonnantes comme cela s'était fait jusqu'alors, mais à une seule cavité. L'usage d'un cristal détecteur unique devenait ainsi possible.

Le seul type de cavité simple permettant de réaliser la double excitation envisagée est une cavité coaxiale au guide circulaire propageant le mode TE₁₁ à analyser. Dans la bande de fréquences que nous utilisons ($3,10 < \lambda_{\text{cm}} < 3,50$), une telle cavité coaxiale, dont le rayon du conducteur central est imposé, entre en résonance pour une série de modes que nous avons été conduits à étudier théoriquement en détail (Deuxième partie, Chapitre I). Ces modes peuvent être déterminés à l'aide de deux séries de courbes. L'une de ces séries ne dépend que de la longueur d'onde utilisée et du rapport des rayons du coaxial ; l'autre permet, pour la longueur d'onde utilisée, de déterminer les longueurs de cavités correspondant aux résonances.

§ II - LE POLARIMETRE A "DOUBLE EXCITATION" A UN CRISTAL
ET UNE CAVITE ⁽¹⁵⁾ ⁽¹⁶⁾.

1°) - Description de l'appareil

Notre laboratoire emploie des guides circulaires de rayon intérieur:
 $r = 10,5 \text{ mm}$.

Les dimensions intérieures du volume résonnant sont respectivement :

$R_1 = 12 \text{ mm}$ pour le rayon le plus petit.

L'épaisseur du guide circulaire est alors de $1,5 \text{ mm}$; elle est suffisante pour lui assurer une bonne rigidité.

$R_2 = 27 \text{ mm}$ pour le rayon le plus grand,
 (Figure 14).

Cette dernière dimension a été choisie de telle manière que , dans la bande de fréquences correspondant aux longueurs d'onde comprises entre $3,10 \text{ cm}$ et $3,50 \text{ cm}$, tous les modes du type TM_{ni} soient éliminés.

Dans un premier temps, nous admettrons une formule approchée donnant les longueurs d'onde de coupure des modes de ce type , si toutefois le rapport

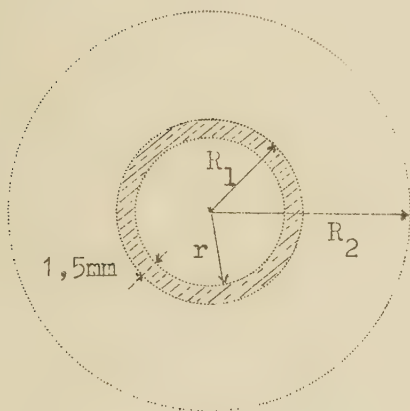
$\frac{R_2}{R_1}$ n'est pas trop grand ⁽¹⁷⁾.

$$\lambda_c = 2 \frac{(R_2 - R_1)}{i}$$

Cette formule nous donne la valeur maximale de R_2 qui ne doit pas excéder $27,5 \text{ mm}$. Afin de conserver des dimensions suffisantes pour la cavité, nous avons choisi : $R_2 = 27 \text{ mm}$.

La longueur maximale de la cavité est de 62 mm .

Un piston annulaire commandé par une vis extérieure de faible pas permet de réaliser l'accord de la cavité en faisant varier sa longueur.

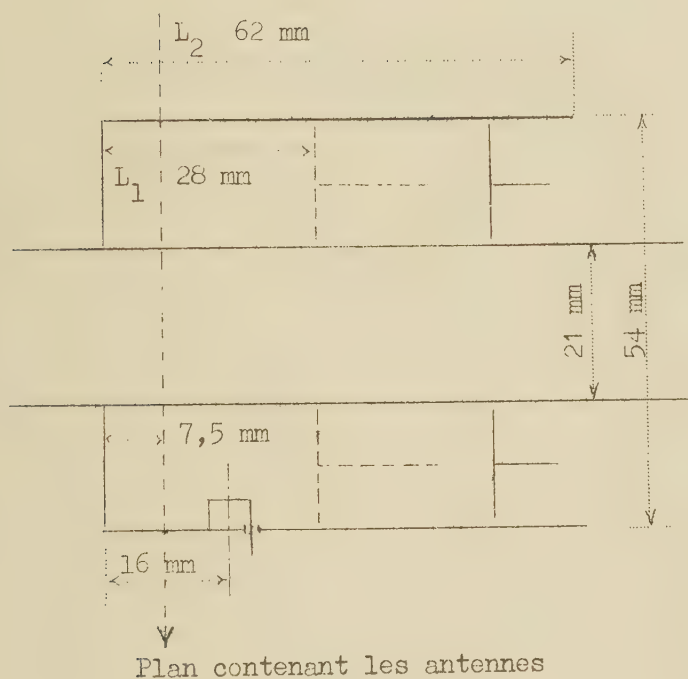


- Figure 14 -

Les deux positions extrêmes du piston par rapport au fond de la cavité sont :

$$L_1 = 28 \text{ mm}$$

$$L_2 = 62 \text{ mm}$$

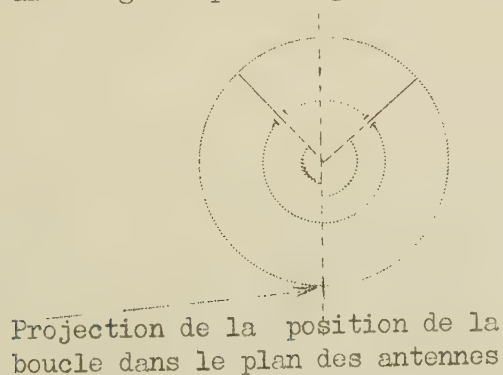


- Figure 15 -

Les antennes sont situées dans un plan de section droite à 7,5 mm du fond de la cavité (Figure 15).

Leurs pénétrations sont commandées de l'extérieur par deux vis micrométriques. Il est à noter ici que le couplage par trous n'est pas à envisager car la répartition du champ magnétique à la périphérie du guide ne suit pas une loi simple en cosinus comme c'est le cas pour le champ électrique (cf. Chapitre I).

La boucle du cristal détecteur se trouve dans le demi-plan limité par l'axe du guide passant par la bissectrice de l'angle rentrant des deux antennes (figure 16). Elle se trouve à une distance de 16 mm du fond de la cavité. Cette position correspond à un maximum théorique de l'excitation magnétique pour la longueur d'onde de 3,2 cm dans le mode T.E.M. que nous envisageons d'utiliser pour un premier examen.



- Figure 16 -

2°) - Repérage d'une vibration et calcul du courant détecté :

Nous considérons une ellipse rapportée à ses axes :

$$x = E'' \sin \omega t$$

$$y = E' \cos \omega t$$

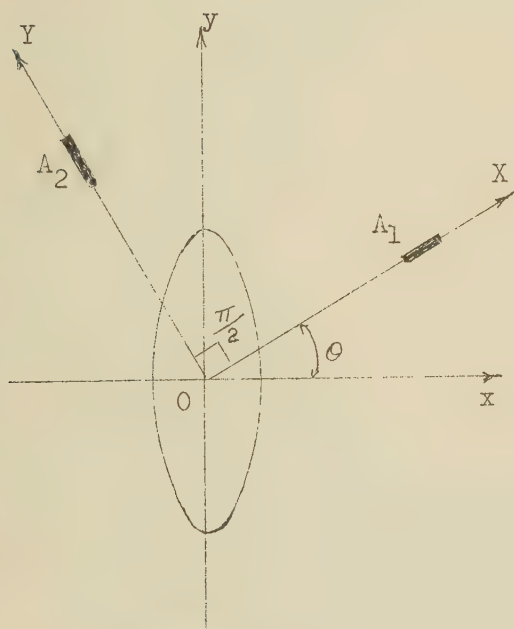
$$\text{avec } \frac{E''}{E'} = \operatorname{tg} \psi$$

Nous poserons également :

$$E' = A \cos \psi$$

$$E'' = A \sin \psi$$

Nous repérons les antennes A_1 et A_2 orthogonales par l'angle θ de Ox avec Ox , direction de l'antenne A_1 (Figure 17).



- Figure 17 -

Afin de connaître les champs d'excitation des antennes nous allons rapporter l'ellipse aux axes Ox , Oy , ce qui donne :

$$X = E'' \cos \theta \sin \omega t + E' \sin \theta \cos \omega t$$

$$Y = -E'' \sin \theta \sin \omega t + E' \cos \theta \cos \omega t$$

Chaque antenne transmet à la cavité coaxiale unique une vibration d'amplitude proportionnelle à sa composante d'excitation X ou Y .

Nous admettrons que la cavité coaxiale est accordée sur une résonance du type T.E.M.. A cet égard, nous avons tracé les lignes de champ électrique et les lignes à puissance constante correspondant aux atténuations 2, 4, 6db (Figure 18).

Les lignes d'excitation magnétique sont orthogonales aux lignes de champ électrique et sont constituées par des cercles concentriques aux cercles à puissance constante.

A l'intérieur de la cavité, il y a superposition de deux modes T.E.M dont les vecteurs champ électrique et excitation magnétique sont en chaque point colinéaires. Dans ces conditions, il suffit de composer les différentes vibrations transmises par les antennes pour avoir la vibration résultante. Si

Mode TEM

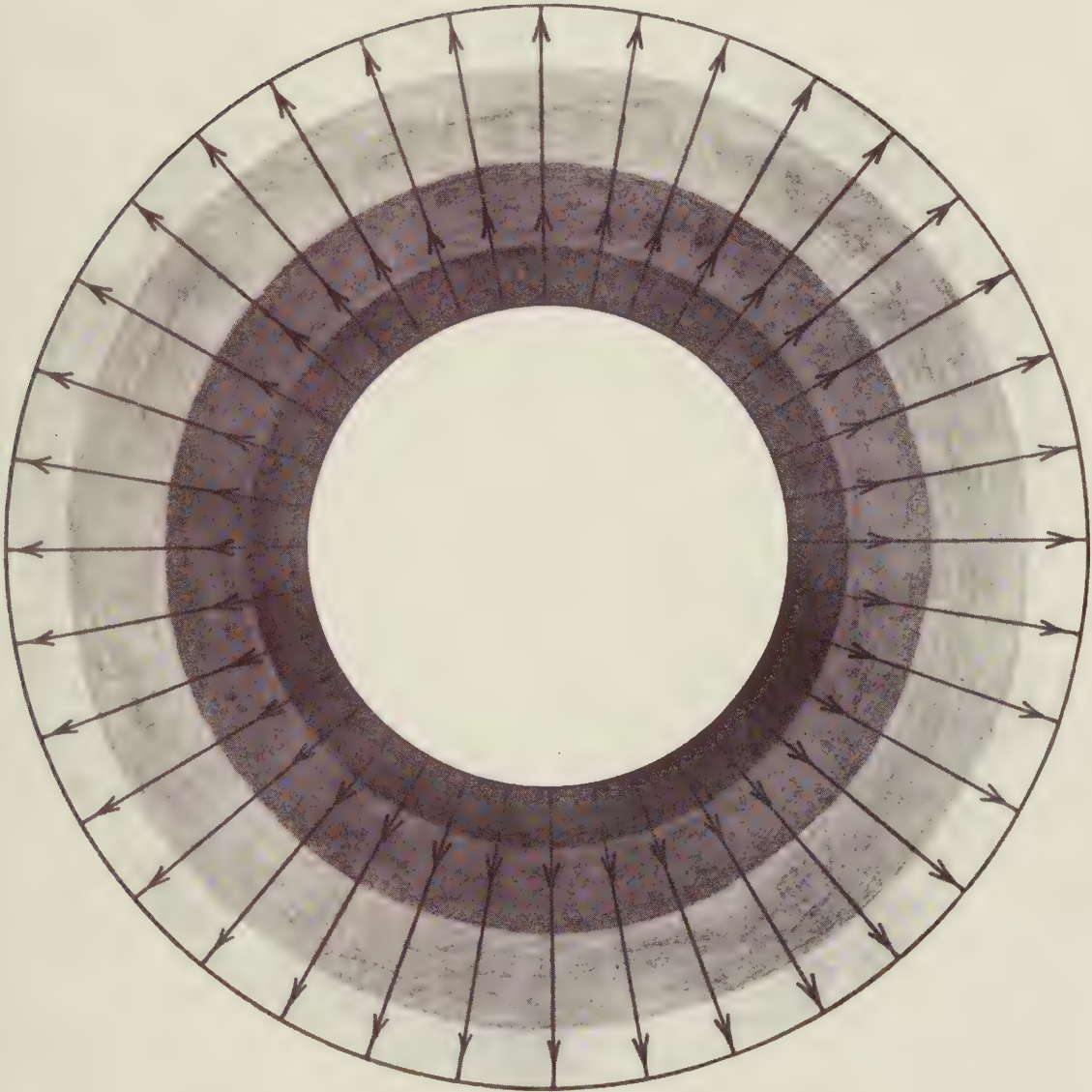


Figure 1 8

les antennes de couplage sont identiques et d'égales pénétrations dans le guide circulaire, l'amplitude des oscillations de la cavité sera proportionnelle à la somme $X + Y$ que nous écrivons :

$$X + Y = A \left[\sin \psi (\cos \theta - \sin \theta) \sin \omega t + \cos \psi (\cos \theta + \sin \theta) \cos \omega t \right]$$

La détection donne le carré de l'amplitude, c'est-à-dire :

$$i = K A^2 \left[\sin^2 \psi (\cos \theta - \sin \theta)^2 + \cos^2 \psi (\cos \theta + \sin \theta)^2 \right]$$

soit, après simplification :

$$i = K A^2 \left[1 + \sin 2\theta \cos 2\psi \right]$$

dans cette expression $A^2 = E'^2 + E''^2$

Nous observons, au cours d'une rotation complète du polarimètre, deux maxima égaux à 180° l'un de l'autre et deux minima non nuls à 90° des maxima précédents.

L'expression de i pourra être utilisée sous la forme précédente. Cependant, pour établir une comparaison directe entre chaque type de polarimètre nous devons faire apparaître E' et $\operatorname{tg} \psi$.

Nous écrirons donc cette égalité sous la forme équivalente :

$$i = K E'^2 \left[1 + \operatorname{tg}^2 \psi + (1 - \operatorname{tg}^2 \psi) \sin 2\theta \right]$$

3°) - Étude de la sensibilité et conduite d'une mesure :

$$s = 2 K E'^2 \left[1 - \operatorname{tg}^2 \psi \right] \cos 2\theta$$

La sensibilité maximale est obtenue pour $\theta = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$. Nous voyons que pour des valeurs de K identiques, la sensibilité de l'appareil est égale à celle d'un polarimètre à pénombre :

$$s_{\max} = 2 K E'^2 \left[1 - \operatorname{tg}^2 \psi \right]$$

Nous noterons que les positions de sensibilité maximale se trouvent ici décalées de $\pi/4$ par rapport aux positions correspondantes du polarimètre à pénombre. Ceci est dû au fait que nous avons choisi des conventions particulières dans chaque cas.

Le repérage d'une vibration s'effectue de la même manière que pour

le polarimètre à un seul cristal . Nous suivrons donc, point par point, la méthode qui a déjà été décrite.

4°) - Mesure de l'ellipticité d'une vibration :

Elle se déduit directement de la valeur du courant maximal et minimal. En effet :

$$i_{\theta = 3\pi/4} = 2 K E'^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \psi$$

$$i_{\theta = \pi/4} = 2 K E'^2$$

soit

$$\operatorname{tg} \psi = \sqrt{\frac{i_{\theta = 3\pi/4}}{i_{\theta = \pi/4}}}$$

Sur ce point également , nous pouvons faire les mêmes remarques que celles que nous avons faites pour le polarimètre à un cristal.

5°) - Réglage de l'appareil :

Nous avons admis, dans ce qui précède , que les deux antennes représentaient , indépendamment l'une de l'autre , le même couplage pour la cavité coaxiale . Afin de pouvoir réaliser cette condition, nous avons rendu la pénétration réglable par une vis micrométrique extérieure. Nous avons alors la possibilité de découpler complètement une antenne du guide circulaire et de faire fonctionner l'appareil comme un polarimètre à une seule cavité et une seule antenne.

On effectue alors un repérage de la vibration initiale comme nous l'avons indiqué pour un appareil de ce type et l'on note avec soin sa position.

Mécaniquement , on rend ensuite les pénétrations des antennes aussi identiques que possible et l'on effectue ainsi un nouveau repérage de la vibration initiale . Si les positions trouvées sont identiques , le réglage des antennes est correct. S'il n'en est pas ainsi, on modifie la pénétration d'une antenne par rapport à l'autre et l'on refait un nouveau repérage. On arrive ainsi, par approximations successives, à un réglage correct.

Nous remarquerons encore que , dans ce cas, le repérage absolu de la vibration incidente n'est pas plus précis que celui obtenu avec un polarimètre simple. Ce type d'appareil sera surtout utilisé pour mesurer des variations

d'angle.

Nous observerons encore que le couplage de la cavité coaxiale par les antennes ne doit pas être trop important. Une pénétration de 0,5 mm des antennes dans le guide circulaire convient très bien. Une pénétration trop importante favorise un couplage direct entre les antennes par le guide circulaire, ce qui entraîne une loi de réponse incorrecte du polarimètre. Ce phénomène a été observé par J. SOUTIF GUICHERD ⁽¹²⁾ et par nous-mêmes dans ce cas particulier.

A la suite de cette remarque, on pourrait penser que notre système favorise au maximum le couplage des antennes, non par le guide circulaire comme précédemment mais par l'intérieur de la cavité coaxiale elle-même.

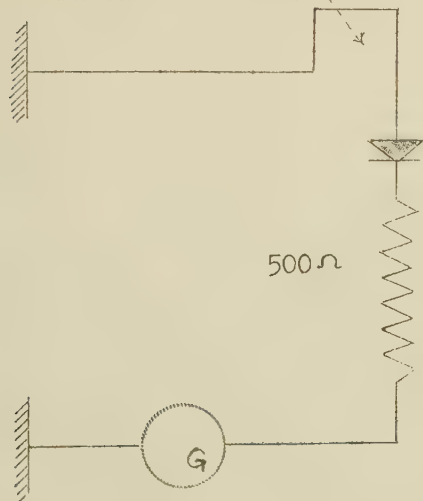
L'expérience nous a montré cependant que cette réaction reste faible pour le mode T.E.M. tout au moins, lorsque la pénétration des antennes n'excède pas 0,5 mm.

Une étude plus détaillée de la configuration des modes à l'intérieur des coaxiaux nous montrera qu'il est possible de trouver des modes particuliers pour lesquels le couplage entre deux antennes à 90° devient négligeable.

6°) - Courbe de réponse du polarimètre :

Nous avons accordé la cavité coaxiale sur la résonance d'un mode T.E.M. de fréquence 9375 MHz ($\lambda = 3,2$ cm). L'onde excitatrice était une onde TELL.

Boucle de couplage
de la cavité coaxiale

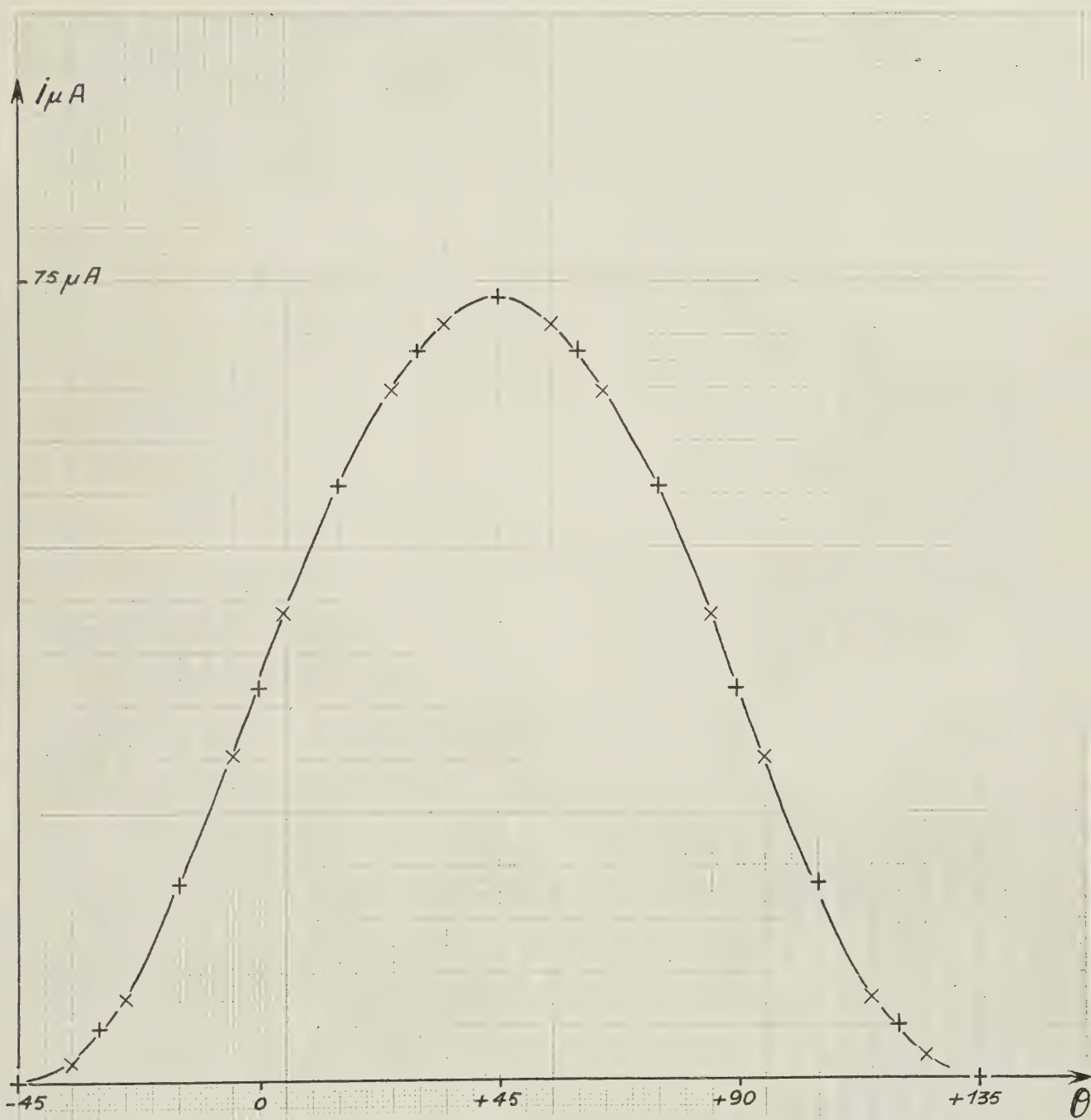


Nous avons fait débiter le cristal détecteur sur une résistance de 500 Ω en série avec un galvanomètre (Figure 19). Nous avons noté l'intensité du courant en fonction de l'angle θ puis tracé la courbe expérimentale $i = f(\theta)$ pour les valeurs de θ comprises entre -45° et 135° .

Nous avons ensuite comparé cette courbe avec la courbe théorique rapportée à la même amplitude donnée par la formule :

$$i = K A^2 (1 + \sin 2 \theta)$$

- Figure 19 -



x Points expérimentaux

+ Points de la courbe théorique

Figure 20

L'examen de la figure 20 nous montre la coïncidence très satisfaisante des deux courbes.

Nous pouvons donc considérer que la formule théorique est , aux erreurs d'expérience près, parfaitement vérifiée. Notre hypothèse initiale de l'addition des modes T.E.M. dans la cavité coaxiale se trouve ainsi vérifiée.

Le fait que les courbes expérimentale et théorique soient identiques nous montre qu'avec le mode T.E.M. il n'y a pas de couplage important entre les antennes dans la cavité coaxiale.

On peut tracer des courbes de réponse semblables pour l'ensemble des fréquences couvertes par le klystron . On a cependant intérêt , dans la mesure du possible , à utiliser le générateur au voisinage de la fréquence pour laquelle il émet le maximum de puissance . C'est en effet de cette puissance que dépend la sensibilité du polarimètre par le facteur E' ou A.

Simultanément , on a également avantage à utiliser cet appareil au voisinage de la fréquence pour laquelle la boucle de couplage du cristal détecteur est la mieux adaptée. Cette question sera traitée ultérieurement.

§ III - ETUDE DETAILLEE DE LA CAVITE COAXIALE : (Figures 14 et 15)

Au cours du déplacement du piston d'accord entre ses deux positions extrêmes , il apparait un certain nombre de résonances . Le cristal détecteur, fermé sur un galvanomètre , nous permet de les mettre directement en évidence. Il est difficile d'expliquer les résultats expérimentaux obtenus concernant la distribution de ces résonances, sans avoir recours à la théorie.

Ce cas précis constitue un exemple d'application de la théorie sur les coaxiaux, qui est développée dans la seconde partie de ce travail.

L'âme du coaxial a un rayon imposé de 12 mm . Nous voulons , d'autre part , être à la coupure pour tous les modes T.M. avec une cavité aussi grande que possible.

La gamme des longueurs d'onde couvertes par notre klystron est :

$$3,10 \text{ cm} < \lambda < 3,50 \text{ cm}$$

1°) - Détermination du rayon R_2 de la cavité : (Figures 14 et 15)

On calcule la plus grande valeur possible de $\left(\frac{R_1}{\lambda}\right)^2$ pour la gamme des

fréquences couverte par le klystron (cf. deuxième partie - Chapitre I, § 6).

Cette valeur maximale est obtenue dans notre cas particulier pour $\lambda = 3,10$ cm soit :

$$\left(\frac{R_1}{\lambda}\right)^2 = 0,1498$$

Le réseau des courbes $\left(\frac{R_1}{\lambda}\right)^2 = f\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$ nous indique que le mode TM01 est celui des modes T.M. qui a la plus grande longueur d'onde de coupure.

Nous devons, pour éliminer tous les modes de ce type, rester au-dessous de la courbe correspondant au mode TM01 pour la valeur de $\left(\frac{R_1}{\lambda}\right)^2$ calculée précédemment.

La droite d'ordonnée 0,1498 coupe la courbe du mode TM01 en un point qui détermine la plus grande valeur possible de $\frac{R_2}{R_1}$ compatible avec nos conditions.

Par lecture directe sur le graphique, nous trouvons $K = \frac{R_2}{R_1} \# 2,26$.

Afin de ne pas nous placer exactement à la limite d'excitation du mode TM01, nous avons choisi $K = 2,25$; on en tire la valeur de R_2 :

$$R_2 = K R_1 = 27 \text{ mm}$$

ce qui est la valeur que nous avons déjà indiquée.

Le graphique montre alors l'existence des modes TE41, TE31, TE21, TE11 et T.E.M.

Chaque intersection de la verticale $K = 2,25$ avec l'une des courbes correspondant à ces modes détermine une valeur de $\left(\frac{R_1}{\lambda_c}\right)^2$; nous pouvons ainsi calculer les différentes longueurs d'onde de coupure.

Nous avons trouvé ainsi :

	T.E.M.	TE11	TE21	TE31	TE41
$\lambda_{c \text{ mm}}$	∞	120,1	61,1	41,88	32,40

2°) - Détermination de la longueur L de la cavité :

Nous construisons le graphique correspondant au réseau de droites donné par l'équation (16') simplifiée de la théorie des coaxiaux . On porte

$(\frac{1}{\lambda})^2$ en ordonnées et $(\frac{1}{L})^2$ en abscisses.

Cette équation s'écrit :

$$(\frac{1}{\lambda})^2 = \frac{m^2}{4} (\frac{1}{L})^2 + (\frac{1}{\lambda_c})^2$$

Nous rappelons que m est un entier positif différent de zéro.

Les ordonnées à l'origine, déterminées par $(\frac{1}{\lambda_c})^2$ sont données par le tableau qui suit :

	T.E.M.	TE ₁₁	TE ₂₁	TE ₃₁	TE ₄₁
$(\frac{1}{\lambda_c})^2 \text{ mm}^{-2}$	0	$0,69 \cdot 10^{-4}$	$2,68 \cdot 10^{-4}$	$5,70 \cdot 10^{-4}$	$9,53 \cdot 10^{-4}$

Il est inutile de tracer le réseau de droites pour des valeurs de m de plus en plus grandes car la longueur L devient alors elle-même très grande et le nombre des résonances croît considérablement.

Il devient impossible d'exploiter expérimentalement le graphique. Nous devons donc limiter L vers les grandes valeurs de manière à rester dans une zone de graphique relativement peu encombrée. Nous avons choisi 62 mm pour la plus grande valeur de L ce qui correspond à :

$$(\frac{1}{L})^2 = 2,6 \cdot 10^{-4} \text{ mm}^{-2}$$

D'autre part, nous sommes limités mécaniquement pour les faibles valeurs de L par la présence des antennes et par le système support de cristal (cf. Plan de la cavité - Première Partie - Chapitre III). La valeur minimale de L ne sera pas inférieure à 28 mm soit $(\frac{1}{L})^2 = 12,8 \text{ mm}^{-2}$.

Parallèlement à ceci, la bande de fréquences de fonctionnement du klystron nous donne les valeurs extrêmes de λ

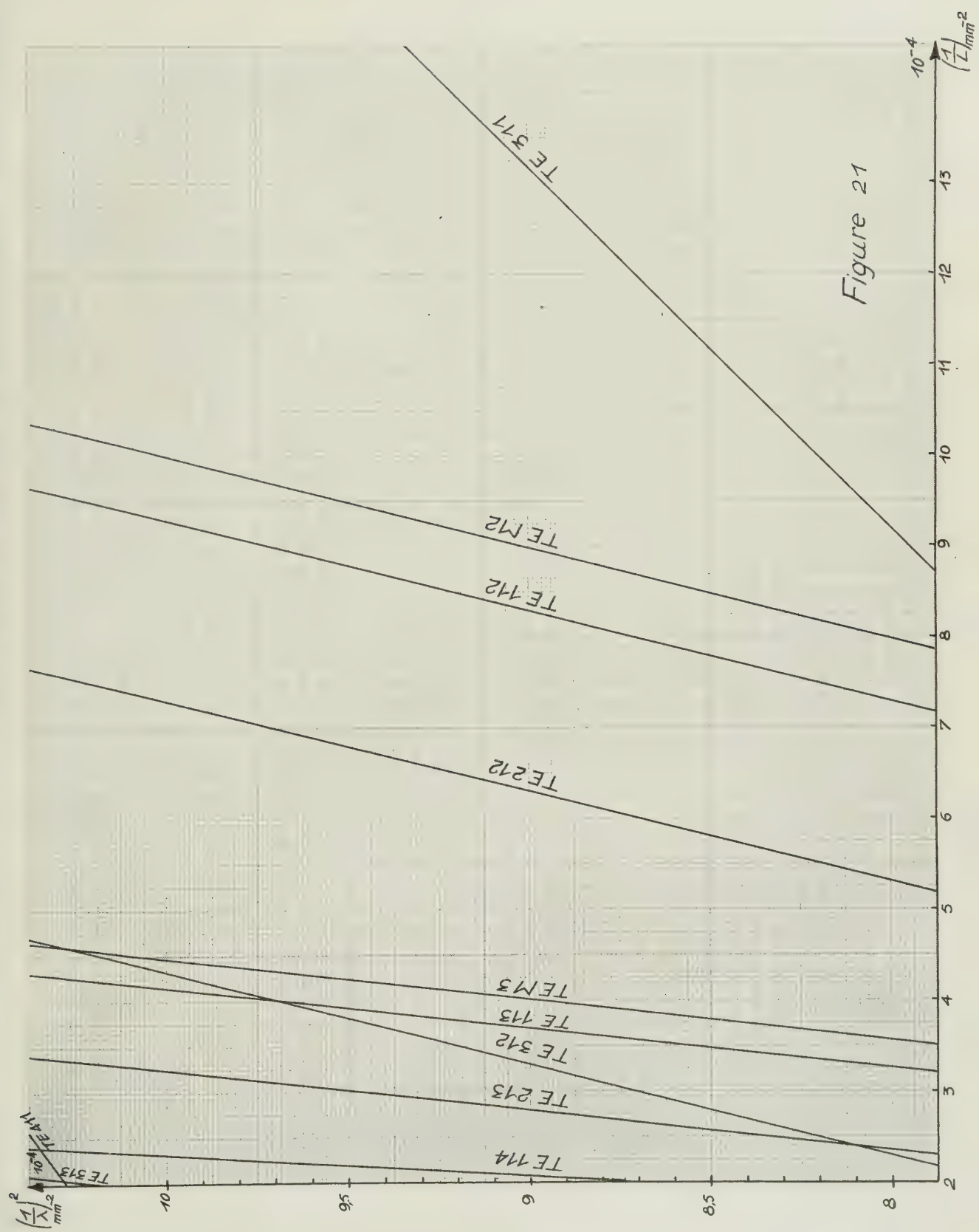
$$3,10 \text{ cm} < \lambda < 3,50 \text{ cm}$$

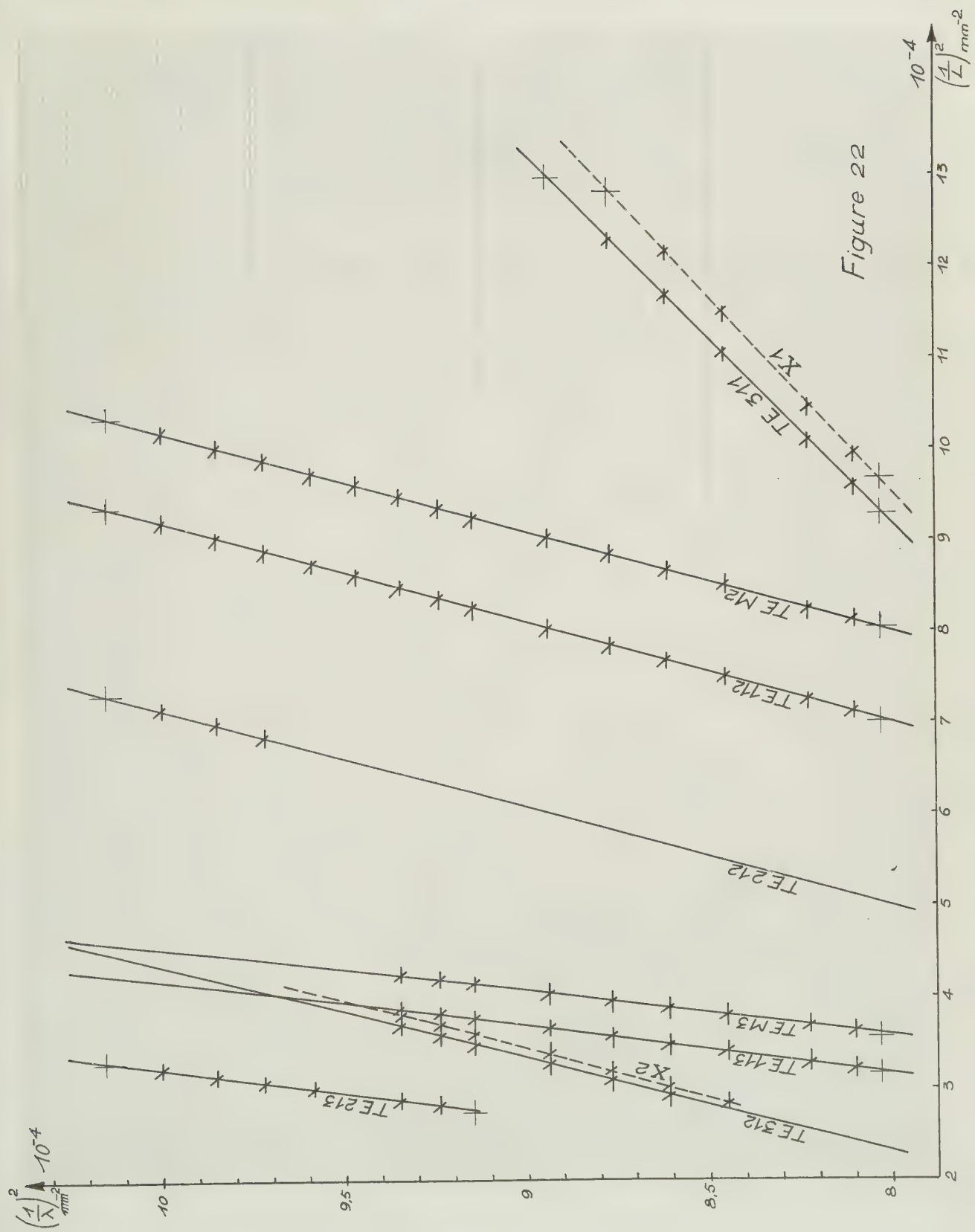
soit

$$8,1 \cdot 10^{-4} \text{ mm}^{-2} < (\frac{1}{\lambda})^2 < 10,4 \cdot 10^{-4} \text{ mm}^{-2}$$

Nous avons ainsi délimité la portion de graphique utilisable.

La figure 21 représente la région correspondante.





3°) - Vérification expérimentale :

Pour cette étude , nous avons découplé complètement une antenne du guide circulaire de manière à n'avoir qu'une seule excitation.

Pour une fréquence du klystron, déterminée par un ondemètre étalonné, on a déduit la valeur $(\frac{1}{\lambda_{\text{mm}}})^2$.

On a ensuite déplacé le piston de la cavité coaxiale entre ses limites extrêmes en observant, sur un galvanomètre, le courant débité par le cristal.

Chaque résonance est alors déterminée par l'indication maximale du galvanomètre. Pour chaque position du piston nous avons mesuré, avec un pied à coulisse , la longueur L de la cavité coaxiale correspondante. Nous en avons déduit la valeur $(\frac{1}{L_{\text{mm}}})^2$.

A chaque valeur de λ envisagée correspond une série de points . Ceci nous a permis de tracer le graphique expérimental donné par la figure 22.

La comparaison de ces courbes avec les courbes théoriques nous montre immédiatement qu'il est possible de reconnaître et de désigner chacun des modes observés.

On peut montrer également que les deux graphiques coïncident avec une erreur inférieure à 4 % pour l'ensemble des modes et avec une erreur inférieure à 1 % si l'on ne considère que les modes TEM2 et TEM3.

Cette coïncidence est remarquable , compte tenu de la présence des deux antennes à l'intérieur du volume résonnant . La perturbation ainsi apportée n'influe pratiquement pas sur l'ensemble des modes prévisibles.

Expérimentalement , il ne nous a pas été possible d'obtenir des points valables, alignés au voisinage des points de recoupement de deux modes. Il existe un certain couplage entre les deux modes , analogue à celui observable entre des circuits électriques non amortis quelconques ⁽¹⁸⁾. Chaque mode oscille sur une fréquence différente de sa fréquence propre, fonction du coefficient de couplage . Il ne devient plus possible de suivre chaque résonance avec certitude au cours de la variation de fréquence. Seul, dans cette zone d'interaction, le mode TE₃₁₂ conserve une amplitude grande vis-à-vis de celle

de tous les autres . Il peut être mis en évidence facilement mais il n'obéit plus à la loi linéaire qui caractérise les résonances pures . Nous n'avons figuré aucun point expérimental dans cette région du graphique pour ne laisser subsister que le prolongement des droites qui correspondraient au cas idéal des résonances non couplées.

Il n'est théoriquement pas possible d'identifier les modes TE₂₁₂ et TE₂₁₃ car la boucle de couplage du cristal détecteur est constamment placée en un minimum d'excitation magnétique. En effet (cf. expression de H_φ dans la théorie des coaxiaux pour les modes T.E.) $\cos 2\varphi$ est constamment nul pour la position $\varphi = 135^\circ$ de la boucle, ce qui entraîne $H_\varphi = 0$ quel que soit z .

Nous verrons plus loin que, pour ces modes, la présence des antennes modifie considérablement la distribution théorique des champs. On conçoit alors que dans certaines conditions, la boucle du cristal détecteur puisse recevoir une certaine énergie permettant de mettre en évidence , avec une intensité parfois importante, les modes (cf. tableau pages 65 et 66) TE₂₁₂ et TE₂₁₃.

Un autre fait à remarquer est la présence d'un mode parasite X_1 au voisinage du mode TE₃₁₁. Ce mode doit aussi accompagner la résonance d'ordre $m = 2$.

Nous observons effectivement un mode parasite X_2 au voisinage du mode TE₃₁₂ . Ce type de mode ne semble pouvoir s'expliquer que par la présence des antennes dont il n'est pas tenu compte dans la théorie.

Cette résonance , de caractère exceptionnel, accompagne d'assez près le mode de type voisin TE₃₁ sans toutefois l'influencer. Elle a d'ailleurs une faible intensité.

En résumé, cette étude générale nous permet d'être fixée directement sur le mode de fonctionnement de la cavité connaissant la longueur d'onde λ et sa longueur L .

4°) - Lignes de champ électrique et répartition de la puissance pour les modes T.E.M., TE₁₁, TE₂₁, TE₃₁, TE₄₁. - Exemple de calcul :

La nature de la résonance étant connue, il est également utile de

donner la forme des lignes de champ électrique et des lignes à puissance constante. Nous avons effectué cette étude pour les modes T.E.M., TE₁₁, TE₂₁, TE₃₁ et TE₄₁ qui sont observables avec notre cavité.

Le mode T.E.M. :

Il n'est pas besoin d'insister sur ce mode. Les lignes de force et les lignes à puissance constante se déduisent directement du § 7a de la théorie des coaxiaux (Deuxième partie - Chapitre I). La figure 18, donnée précédemment, montre la configuration générale de ce mode. Rappelons que les lignes à puissance constante sont tracées pour les atténuations 2, 4, 6 db et qu'elles sont représentées par la limite de deux zones ombrées successives d'intensités différentes. Ces dernières sont d'autant plus foncées que la puissance qui les traverse est plus importante.

L'énergie du mode T.E.M. ne se transmet pas dans un coaxial comme celle d'une onde plane uniforme en espace libre. Elle diminue progressivement depuis le conducteur central jusqu'au conducteur extérieur.

Le mode TE₁₁ :

Ce mode servira d'exemple de calcul des lignes de champ électrique et des lignes à puissance constante. Nous adopterons le plan du § 7 déjà cité (Deuxième partie - Chapitre I).

- Lignes de champ électrique :

$$\tau_1^{(1)} = \frac{2\pi}{\lambda_{c,TE11}} \quad \lambda_{c,TE11} \text{ étant exprimé en millimètres}$$

$$\tau_1^{(1)} R_1 = 0,628 \quad (R_1 = 12 \text{ mm})$$

$$P_1^{(1)} = - \frac{J_1'(0,628)}{Y_1'(0,628)} = - 0,258$$

$$\tau_1^{(1)} R_2 = 1,413$$

Les valeurs de $\tau_1^{(1)} \rho$ intermédiaires entre $\tau_1^{(1)} R_1$ et $\tau_1^{(1)} R_2$ sont prises égales à des nombres simples afin de faciliter la recherche des Fonctions de Bessel dans les tables.

La valeur de $K' = \frac{\rho}{R_1}$ qui est importante pour la construction graphique, n'est plus une valeur simple ; elle est donnée par le rapport $\frac{\tau_1^{(1)} \rho}{\tau_1^{(1)} R_1}$

Nous avons, d'autre part :

$$\xi_1^{(1)} = J_1(\tau_1^{(1)} \rho) - 0,258 Y_1(\tau_1^{(1)} \rho)$$

L'équation des lignes de champ électrique en coordonnées polaires est donnée par :

$$\sin \varphi = \frac{C}{\xi_1^{(1)}} \quad (C \text{ étant une constante arbitraire})$$

Nous prendrons, comme origine des φ , un axe horizontal ; on est alors en mesure de construire, point par point, l'ensemble des lignes de force. On choisit la constante de manière à avoir un espacement convenable entre les différentes courbes.

Nous avons résumé nos calculs dans les tableaux suivants :

$\tau_1^{(1)} \rho$	K'	$J_1(\tau_1^{(1)} \rho)$	$Y_1(\tau_1^{(1)} \rho)$	$P_1^{(1)} Y_1(\tau_1^{(1)} \rho)$	$\xi_1^{(1)}$
0,628	1,0000	0,2988	- 1,2121	0,3127	0,6115
0,700	1,1147	0,3290	- 1,1032	0,2846	0,6136
0,800	1,2739	0,3688	- 0,9781	0,2523	0,6211
0,900	1,4331	0,4059	- 0,8731	0,2253	0,6312
1,000	1,5924	0,4401	- 0,7812	0,2015	0,6416
1,100	1,7516	0,4709	- 0,6981	0,1801	0,6510
1,200	1,9108	0,4983	- 0,6211	0,1602	0,6585
1,300	2,0701	0,5220	- 0,5485	0,1415	0,6635
1,400	2,2293	0,5419	- 0,4791	0,1236	0,6655
1,413	2,2500	0,5442	- 0,4703	0,1213	0,6655

C = 0,1		C = 0,2		C = 0,3		C = 0,4		C = 0,48		C = 0,55	
K'	sin φ	φ	sin φ	φ	sin φ	φ	sin φ	φ	sin φ	φ	φ
1,0000	0,1635	9° 25'	0,3271	19° 06'	0,4906	29° 23'	0,6541	40° 51'	0,7850	51° 43'	64° 05'
1,1147	0,1630	9° 23'	0,3259	19° 01'	0,4889	29° 16'	0,6519	40° 41'	0,7823	51° 28'	63° 41'
1,2739	0,1610	9° 16'	0,3220	18° 47'	0,4830	28° 53'	0,6440	40° 05'	0,7728	50° 36'	62° 19'
1,4331	0,1584	9° 07'	0,3169	18° 29'	0,4753	28° 23'	0,6337	39° 19'	0,7605	49° 30'	60° 37'
1,5924	0,1559	8° 58'	0,3117	18° 10'	0,4675	27° 52'	0,6235	38° 34'	0,7481	48° 25'	59°
1,7516	0,1536	8° 50'	0,3072	17° 53'	0,4608	27° 26'	0,6144	37° 54'	0,7373	47° 30'	57° 40'
1,9108	0,1519	8° 44'	0,3037	17° 41'	0,4556	27° 06'	0,6075	37° 25'	0,7289	46° 48'	56° 38'
2,0701	0,1507	8° 40'	0,3014	17° 33'	0,4522	26° 53'	0,6029	37° 05'	0,7234	46° 20'	55° 59'
2,2293	0,1503	8° 39'	0,3005	17° 29'	0,4508	26° 48'	0,6011	36° 57'	0,7213	46° 10'	55° 44'
2,2500	0,1503	8° 39'	0,3005	17° 29'	0,4508	26° 48'	0,6011	36° 57'	0,7213	46° 10'	55° 44'

C = 0,6		C = 0,6211		C = 0,6416		C = 0,6585					
K'	sin φ	φ	sin φ	φ	sin φ	φ	sin φ	φ			
1,0000	0,9812	78° 52'									
1,1147	0,9778	77° 54'									
1,2739	0,9660	75° 01'	1,0000	90°							
1,4331	0,9506	71° 55'	0,9840	79° 44'							
1,5924	0,9352	69° 16'	0,9680	75° 28'	1,0000	90°					
1,7516	0,9217	67° 11'	0,9541	72° 34'	0,9856	80° 16'					
1,9108	0,9112	65° 40'	0,9432	70° 36'	0,9743	76° 59'	1,0000	90°			
2,0701	0,9043	64° 44'	0,9361	69° 24'	0,9670	75° 14'	0,9925	82° 59'			
2,2293	0,9016	64° 22'	0,9333	68° 57'	0,9641	74° 36'	0,9895	81° 41'			
2,2500	0,9016	64° 22'	0,9333	68° 57'	0,9641	74° 36'	0,9895	81° 41'			

- Lignes à puissance constante :

Nous utilisons la formule obtenue au § 7 de la théorie sur les coaxiaux :

$$\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{\frac{K'^2 (\xi_1^{(1)})^2 \rho = R_1}{10^{A/10}} - (\xi_1^{(1)})^2} \cdot \frac{(\tau_1^{(1)} \rho)^2 (\xi_1'^{(1)})^2 - \frac{K'^2 (\xi_1^{(1)})^2 \rho = R_1}{10^{A/10}}}{(\xi_1'^{(1)})^2}$$

que nous écrirons, pour simplifier $\sqrt{\frac{\alpha_A}{\beta_A}}$, avec

$$\xi_1'^{(1)} = J_1'(\tau_1^{(1)} \rho) + P_1'^{(1)} Y_1'(\tau_1^{(1)} \rho)$$

Le tableau de la page suivante donne les résultats numériques obtenus, d'une part pour le calcul de $\xi_1'^{(1)}$ et, d'autre part, pour l'ensemble des divers facteurs dépendant de ρ et figurant sous le radical.

Suivent ensuite les tableaux concernant chaque ligne à puissance constante. Nous avons tracé ces lignes pour $A = 2, 4, 6, 8, 10, 14, 20$ db.

La figure 23 donne la synthèse de tous les résultats consignés dans les tableaux ci-après, concernant le mode TE₁₁.

Des calculs identiques ont été effectués pour les modes TE₂₁, TE₃₁ et TE₄₁; les résultats sont représentés dans les figures 24, 25 et 26.

$z_1^{(1)} p$	K'	$X_1'(z_1^{(1)} p)$	$Y_1'(z_1^{(1)} p)$	$P_1^{(1)} \cdot Y_1'(z_1^{(1)} p)$	$\xi_1'^{(1)}$	$(z_1^{(1)} p)^2$	$(K')^2$	$(\xi_1^{(1)})^2$	$(\xi_1'^{(1)})^2$	$(z_1^{(1)} p)^2 (\xi_1'^{(1)})^2$
0,628	1,0000	/	/	/	0	0,3944	1,000	0,3739	0	0
0,700	1,1147	0,4112	1,3854	-0,5574	0,0538	0,4900	1,243	0,3765	0,00289	0,00142
0,800	1,2739	0,3852	1,1359	-0,2931	0,0921	0,6400	1,623	0,3858	0,00848	0,00543
0,900	1,4331	0,3565	0,9758	-0,2518	0,1047	0,8100	2,054	0,3984	0,01096	0,00888
1,000	1,5924	0,3251	0,8695	-0,2243	0,1008	1,0000	2,536	0,4117	0,01016	0,01016
1,100	1,7516	0,2915	0,7968	-0,2056	0,0859	1,2100	3,068	0,4238	0,00738	0,00893
1,200	1,9108	0,2559	0,7457	-0,1924	0,0635	1,4400	3,651	0,4336	0,00403	0,00580
1,300	2,0701	0,2185	0,7085	-0,1828	0,0357	1,6900	4,285	0,4402	0,00127	0,00215
1,400	2,2293	0,1797	0,6801	-0,1755	0,0042	1,9600	4,970	0,4429	0,00018	0,000035
1,413	2,2500	/	/	/	0	1,997	5,063	0,4429	0	0

ligne à puissance constante : Atténuation 2 db.

$$\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{\frac{\frac{(\xi_1^{(1)})^2}{10^{\frac{2}{40}}} K'^2 - (\xi_1^{(1)})^2}{(\xi_1^{(1)} p)^2 (\xi_1'^{(1)})^2 - \frac{(\xi_1^{(1)})^2}{10^{\frac{2}{40}}} K'^2}}$$

$$\frac{(\xi_1^{(1)})^2}{10^{\frac{2}{40}}} = 0,3739$$

$$\frac{(\xi_1^{(1)})^2}{10^{\frac{2}{40}}} = 0,2359$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{\frac{0,2359 K'^2 - (\xi_1^{(1)})^2}{(\xi_1^{(1)} p)^2 (\xi_1'^{(1)})^2 - 0,2359 K'^2}} = \sqrt{\frac{\alpha_2}{\beta_2}}$$

K'	$0,2359 K'^2$	α_2	β_2	$\frac{\alpha_2}{\beta_2}$	$\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{\frac{\alpha_2}{\beta_2}}$	φ
1,0000	0,2359	-0,1380	-0,2359	0,5850	0,7648	37° 24'
1,1147	0,2932	-0,0833	-0,2918	0,2855	0,5343	28° 07'
1,2739	0,3829	-0,0029	-0,3775	0,0077	0,0877	5° 01'
1,4331	0,4845	+	-	-		

ligne à puissance constante : atténuation 4 db.

$$\frac{(\xi_1^{(1)})^2}{10^{4/10}} = 0,1488$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{\frac{0,1488 K'^2 - (\xi_1^{(1)})^2}{(\xi_1^{(1)})^2 (\xi_1^{(1)})^2 - 0,1488 K'^2}} = \sqrt{\frac{\alpha_4}{\beta_4}}$$

K'	$0,1488 K'^2$	α_4	β_4	$\frac{\alpha_4}{\beta_4}$	$\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{\frac{\alpha_4}{\beta_4}}$	φ
1,0000	0,1488	-0,2251	-0,1488	1,513	1,230	50°53'
1,1147	0,1949	-0,1816	-0,1935	0,9385	0,9688	44°06'
1,2739	0,2415	-0,1443	-0,2361	0,6112	0,7818	38°01'
1,4331	0,3056	-0,0928	-0,2967	0,3128	0,5592	29°13'
1,5924	0,3774	-0,0343	-0,3672	0,0934	0,3056	17°00'
1,7516	0,4565	+	-	-		

ligne à puissance constante ; atténuation 6 db.

$$\frac{(\xi_1^{(1)})^2}{10^{6/10}} = 0,09392$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{\frac{0,09392 K'^2 - (\xi_1^{(1)})^2}{(\xi_1^{(1)})^2 (\xi_1^{(1)})^2 - 0,09392 K'^2}} = \sqrt{\frac{\alpha_6}{\beta_6}}$$

K'	$0,09392 K'^2$	α_6	β_6	$\frac{\alpha_6}{\beta_6}$	$\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{\frac{\alpha_6}{\beta_6}}$	φ
1,0000	0,09392	-0,2800	-0,09392	2,981	1,727	59°56'
1,1447	0,1167	-0,2598	-0,1159	2,242	1,497	56°15'
1,2739	0,1524	-0,2334	-0,1470	1,588	1,260	51°34'
1,4331	0,1929	-0,2055	-0,1840	1,117	1,057	46°35'
1,5924	0,2382	-0,1735	-0,2280	0,7610	0,8724	41°06'
1,7516	0,2881	-0,1357	-0,2792	0,4860	0,6971	34°53'
1,9108	0,3429	-0,0907	-0,3371	0,2691	0,5187	27°25'
2,0701	0,4024	-0,0378	-0,4003	0,0944	0,3072	17°05'
2,2293	0,4668	+	-	-		

ligne à puissance constante : atténuation 8 db.

$$\frac{(\xi_1^{(1)})^2}{10^{8/10}} \rho = R_1 = 0,05926$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{\frac{0,05926 K'^2 (\xi_1^{(1)})^2}{(\xi_1^{(1)})^2 (\xi_1^{(1)})^2 - 0,05926 K'^2}} = \sqrt{\frac{\alpha_8}{\beta_8}}$$

K'	$0,05926 K'^2$	α_8	β_8	$\frac{\alpha_8}{\beta_8}$	$\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{\frac{\alpha_8}{\beta_8}}$	φ
1,0000	0,05926	- 0,3146	- 0,05926	5,309	2,304	66° 32'
1,1147	0,07366	- 0,3028	- 0,07224	4,192	2,047	63° 58'
1,2739	0,09618	- 0,2896	- 0,09075	3,191	1,786	60° 45'
1,4331	0,1217	- 0,2767	- 0,1128	2,453	1,566	57° 26'
1,5924	0,1503	- 0,2614	- 0,1401	1,866	1,366	53° 48'
1,7516	0,1818	- 0,2420	- 0,1729	1,400	1,183	49° 48'
1,9108	0,2164	- 0,2172	- 0,2106	1,031	1,015	45° 26'
2,0701	0,2539	- 0,1863	- 0,2518	0,7399	0,8602	40° 42'
2,2293	0,2945	- 0,1484	- 0,2945	0,5039	0,7099	35° 22'
2,2500	0,3000	- 0,1429	- 0,3000	0,4763	0,6901	34° 36'

ligne à puissance constante : atténuation 10 db.

$$\frac{(\xi_1^{(1)})^2}{10^1} \rho = R_1 = 0,03739$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{\frac{0,03739 K'^2 - (\xi_1^{(1)})^2}{(\xi_1^{(1)})^2 (\xi_1^{(1)})^2 - 0,03739 K'^2}} = \sqrt{\frac{\alpha_{10}}{\beta_{10}}}$$

K'	$0,03739 K'^2$	α_{10}	β_{10}	$\frac{\alpha_{10}}{\beta_{10}}$	$\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{\frac{\alpha_{10}}{\beta_{10}}}$	φ
1,0000	0,03739	- 0,3365	- 0,03739	9,000	3,000	71° 34'
1,1147	0,04648	- 0,3300	- 0,04506	7,324	2,706	69° 43'
1,2739	0,06068	- 0,3231	- 0,05525	5,884	2,426	67° 36'
1,4331	0,07680	- 0,3216	- 0,06792	4,735	2,176	65° 19'
1,5924	0,09482	- 0,3169	- 0,08466	3,743	1,935	62° 40'
1,7516	0,1147	- 0,3091	- 0,1058	2,922	1,709	59° 40'
1,9108	0,1365	- 0,2971	- 0,1307	2,273	1,508	56° 27'
2,0701	0,1602	- 0,2800	- 0,1581	1,771	1,331	53° 05'
2,2293	0,1858	- 0,2571	- 0,1858	1,384	1,176	49° 38'
2,2500	0,1893	- 0,2536	- 0,1893	1,340	1,158	49° 12'

ligne à puissance constante : atténuation 14 db.

$$\frac{(\xi_1^{(1)})^2}{10^{-14/10}}_{P=R_1} = 0,01488$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{\frac{0,01488 K'^2 - (\xi_1^{(1)})^2}{(\tau_1^{(1)} P)^2 (\xi_1^{(1)})^2 - 0,01488 K'^2}} = \sqrt{\frac{\alpha_{14}}{\beta_{14}}}$$

K'	$0,01488 K'^2$	α_{14}	β_{14}	$\frac{\alpha_{14}}{\beta_{14}}$	$\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{\frac{\alpha_{14}}{\beta_{14}}}$	φ
1,0000	0,01488	- 0,3590	- 0,01488	24,13	4,912	78° 30'
1,1147	0,01850	- 0,3580	- 0,01708	20,96	4,578	77° 41'
1,2739	0,02415	- 0,3617	- 0,01872	19,32	4,395	77° 11'
1,4331	0,03056	- 0,3678	- 0,02168	16,96	4,118	76° 21'
1,5924	0,03774	- 0,3740	- 0,02758	13,56	3,682	74° 48'
1,7516	0,04565	- 0,3782	- 0,03672	10,30	3,209	72° 42'
1,9108	0,05433	- 0,3793	- 0,04853	7,816	2,796	70° 19'
2,0701	0,06376	- 0,3764	- 0,06161	6,109	2,472	67° 59'
2,2293	0,07395	- 0,3690	- 0,07592	4,992	2,234	65° 53'
2,2500	0,07534	- 0,3676	- 0,07534	4,879	2,209	65° 39'

ligne à puissance constante : atténuation: 20 db.

$$\frac{(\xi_1^{(1)})^2}{10^2}_{P=R_1} = 0,003739$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{\frac{0,003739 K'^2 - (\xi_1^{(1)})^2}{(\tau_1^{(1)} P)^2 (\xi_1^{(1)})^2 - 0,003739 K'^2}} = \sqrt{\frac{\alpha_{20}}{\beta_{20}}}$$

K'	$0,003739 K'^2$	α_{20}	β_{20}	$\frac{\alpha_{20}}{\beta_{20}}$	$\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{\frac{\alpha_{20}}{\beta_{20}}}$	φ
1,0000	0,003739	- 0,3701	- 0,003739	98,98	9,949	84° 15'
1,1147	0,004648	- 0,3719	- 0,00323	115,1	10,73	84° 41'
1,2739	0,006068	- 0,3797	- 0,00064	593,3	24,36	87° 39'
1,4331	0,007680	-	+	-		
1,5924	0,009482	-	+	-		
1,7516	0,01147	- 0,4123	- 0,00254	162,3	12,74	85° 31'
1,9108	0,01365	- 0,4200	- 0,00785	53,50	7,314	82° 13'
2,0701	0,01602	- 0,4242	- 0,01387	30,58	5,530	79° 45'
2,2293	0,01858	- 0,4243	- 0,01865	22,87	4,782	78° 11'
2,2500	0,01893	- 0,4240	- 0,01893	22,39	4,732	78° 04'

Mode TE_{11}

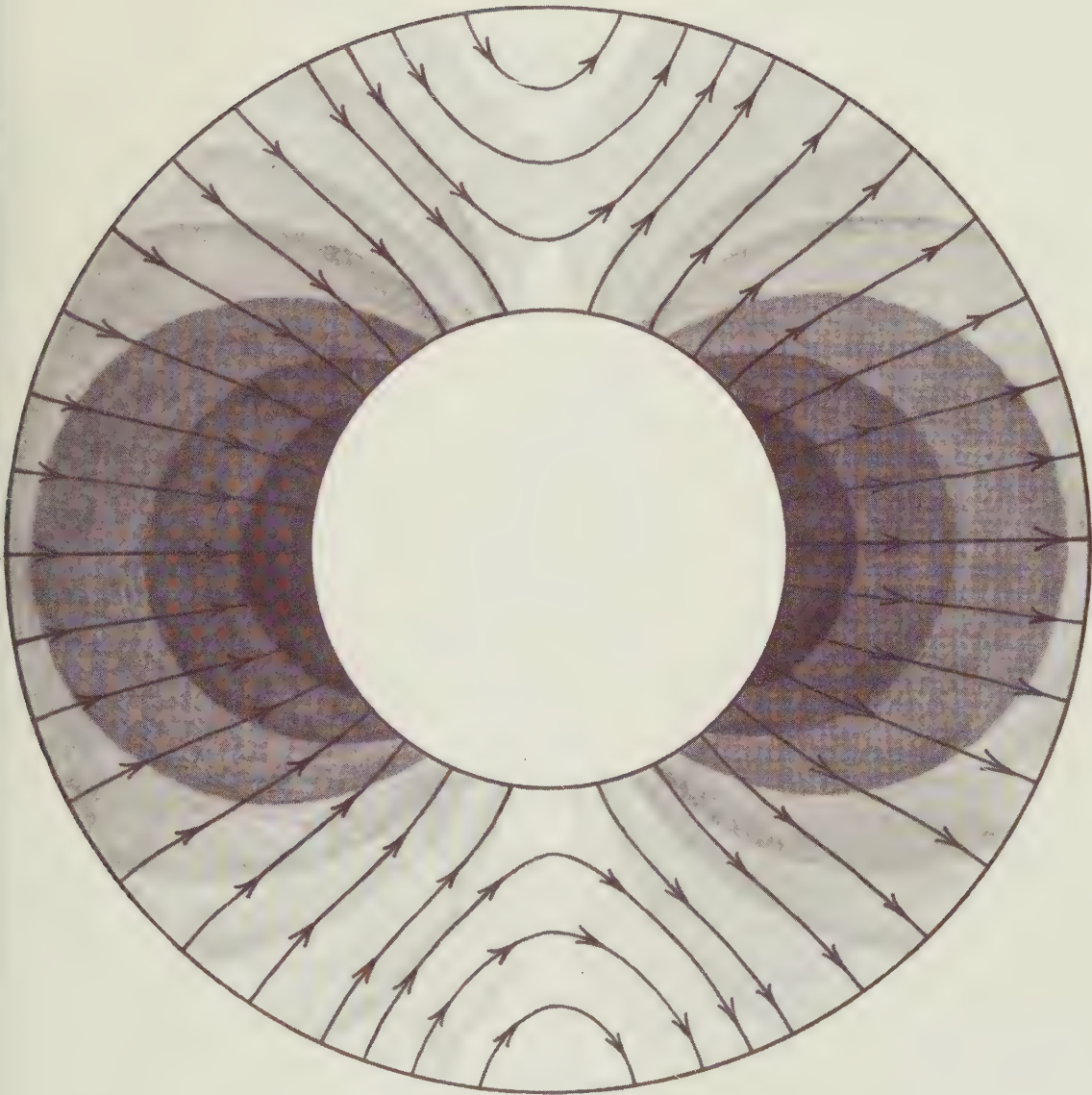


Figure 2 3

Mode TE_{21}

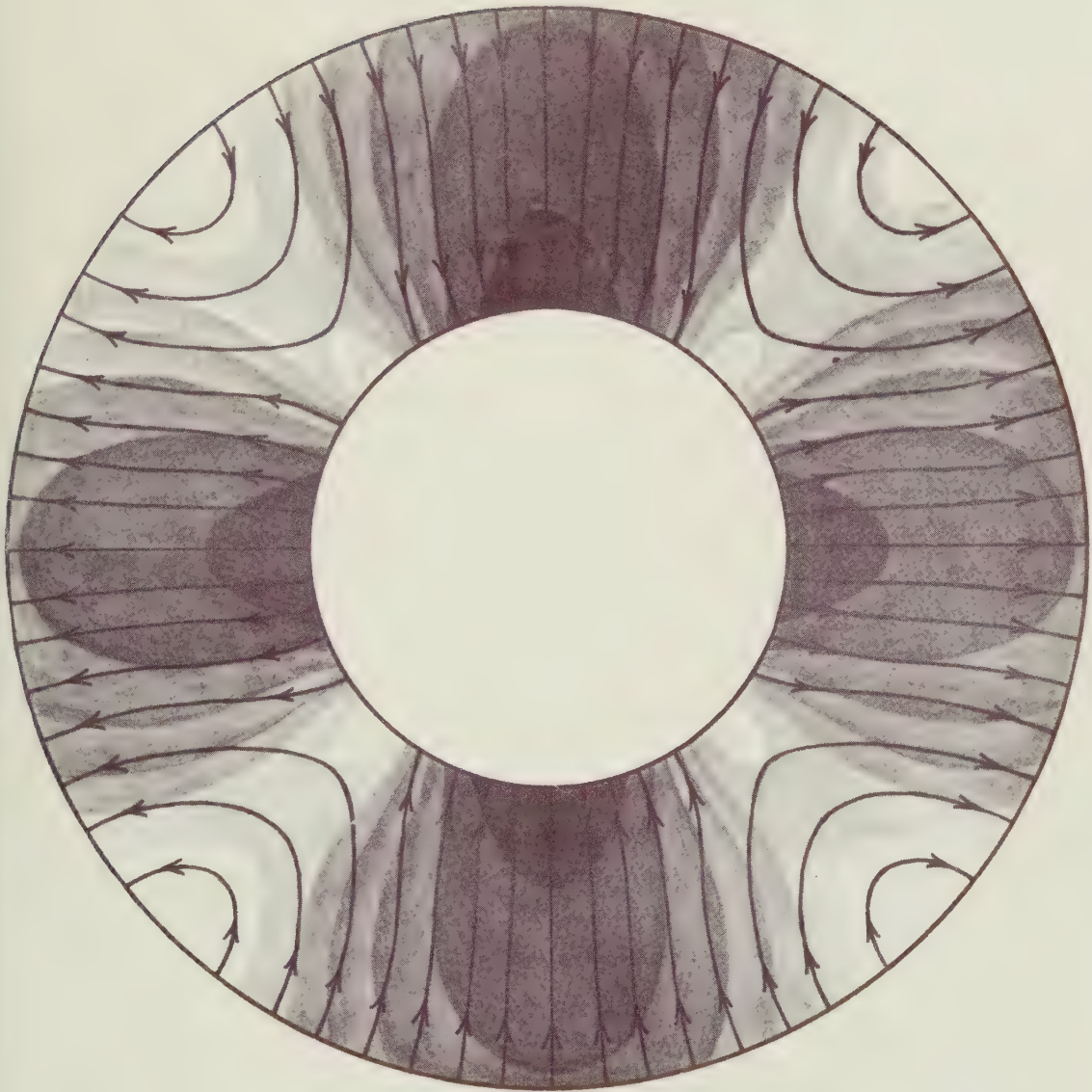


Figure 2 4

Mode TE_{31}



Figure 2 5

Mode TE_{41}

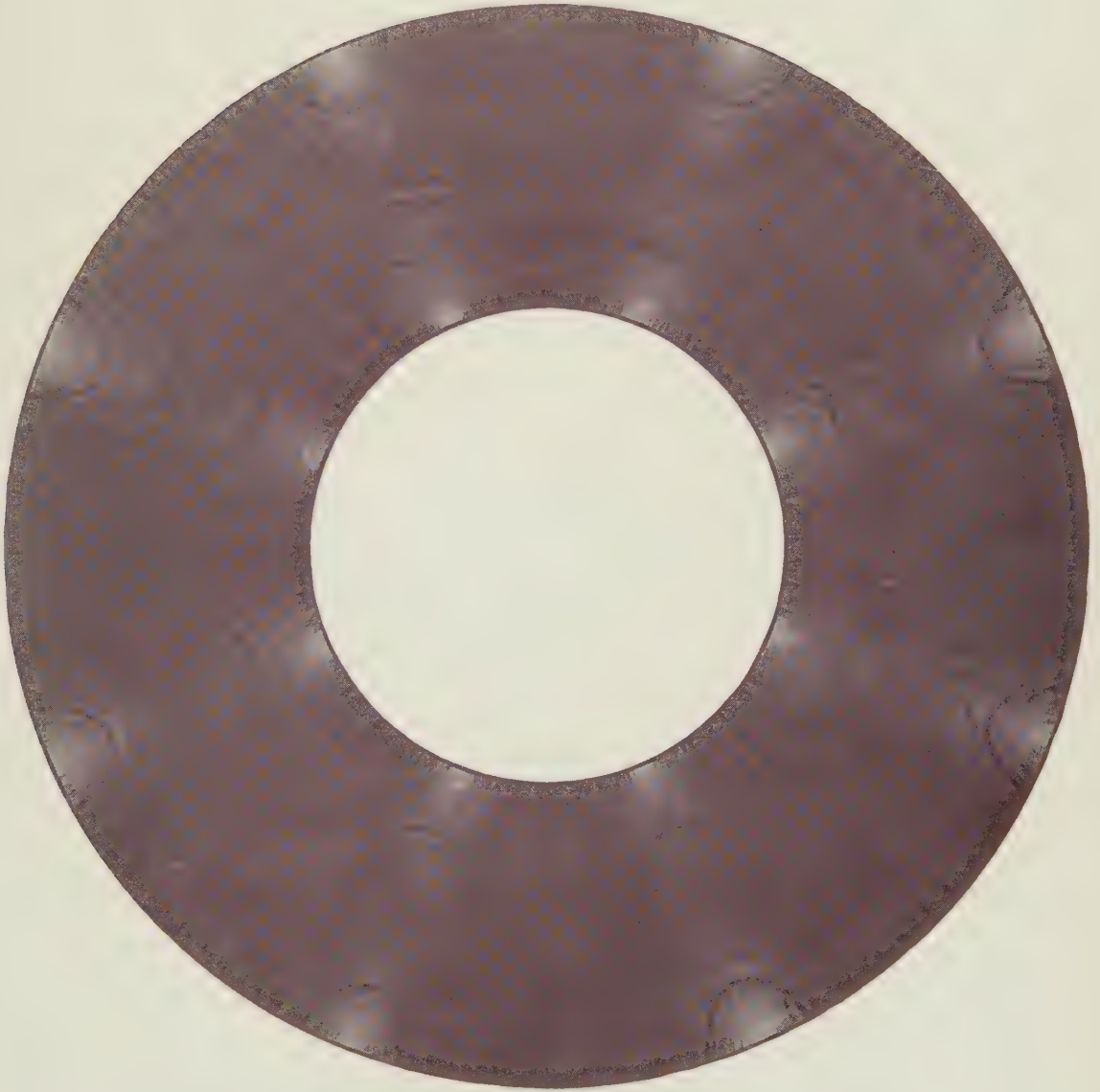


Figure 2 6

§ IV - LES CONCLUSIONS DE CETTE ETUDE APPLIQUEES A LA POLARIMETRIE :

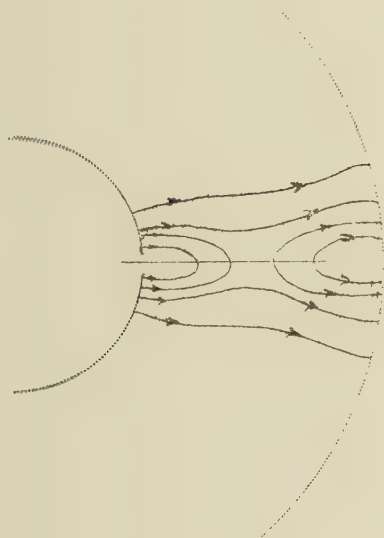
1°) - Position de l'antenne dans la cavité en résonance :

La présence d'une antenne dans la cavité coaxiale entraîne une perturbation des lignes de force dans son voisinage.

On peut se demander quelle modification du champ elle produit et quelle position elle va occuper dans la configuration de chaque mode.

Il est logique d'admettre que l'antenne transmettant l'énergie se verra entourée d'un maximum de puissance.

De ce fait , elle doit occuper, à l'intérieur de la cavité, une position correspondante . L'antenne se situe suivant la direction d'un rayon déterminé par $\varphi = 0$ ou dans une position énergétique similaire.



- Figure 27 -

Le champ $\vec{E}$, au voisinage de l'antenne , se répartit comme l'indique la figure 27 ; il est modifié mais dès que l'on s'en éloigne , la configuration du mode non perturbé devient prédominante.

En particulier, nous pouvons considérer qu'au voisinage de la boucle de couplage du cristal détecteur qui occupe une position à 135° d'une antenne, la perturbation devient négligeable.

2°) - Choix des modes utilisables en polarimétrie :

Nous avons vu que pour le mode T.E.M. , les deux antennes avaient, vis-à-vis de la répartition de la puissance, des positions rigoureusement semblables dans la cavité coaxiale . Il s'ensuit que l'excitation d'une antenne induit nécessairement dans l'autre, une résonance qui retransmet, dans le guide circulaire, une énergie à 90° de l'énergie incidente. La polarisation de l'onde initiale se trouve affectée par la présence du polarimètre. Cette réaction est faible pour des pénétrations d'antennes peu importantes, mais elle

n'est pas nulle.

Si nous considérons , au contraire , le mode TE11, la répartition de la puissance n'a plus une symétrie axiale comme précédemment. Une position à 90° de la position excitatrice place la seconde antenne dans une zone de puissance très faible ; elle ne peut donc retransmettre qu'une puissance infime au guide circulaire.

Le couplage, par la cavité coaxiale, se trouve réduit au minimum. Un autre avantage , qui découle du précédent, est la faible modification apportée par cette seconde antenne sur la configuration du mode TE11. En effet, un obstacle a d'autant moins d'influence qu'il est placé dans une zone de puissance plus faible. L'expérience nous a montré que, dans ce cas, on pouvait porter la pénétration des antennes jusqu'à 1 mm sans affecter l'onde incidente. Il n'est pas souhaitable d'aller au-delà de cette valeur pour des raisons que nous avons déjà évoquées.

Le mode TE31 remplit les mêmes conditions.

Les modes à ne pas utiliser sont les modes TE21 et TE41. Le couplage entre les antennes est alors maximum et des modifications importantes dans la répartition des champs électriques sont à prévoir . Elles se manifestent en particulier sur les modes TE212 et TE213 qui deviennent décelables avec une intensité parfois importante (cf. tableau pages 65 et 66) alors que la boucle du cristal détecteur (à 135° des antennes) est placée dans une région de puissance quasi nulle . Le mode TE41 n'est pratiquement jamais atteint à cause des limites mécaniques de notre appareil.

Si l'on regarde la configuration de ces deux modes (Figures 24 et 26), on constate que la puissance se trouve concentrée au voisinage des antennes. Le couplage est plus important dans ce cas qu'il ne l'est pour le mode T.E.M. où la puissance se répartit plus régulièrement selon des couronnes circulaires.

Alors que le mode T.E.M. peut être utilisable sous certaines conditions comme nous l'avons vu , il ne sera pas possible d'envisager d'effectuer des mesures polarimétriques avec une résonance du type TE21 ou TE41.

En définitive , les modes TE11 et TE31 sont les mieux adaptés à la polarimétrie.

3°)- La théorie du polarimètre et l'emploi des nouvelles résonances

Il résulte de ce qui précède que nous ne pouvons plus dire que la composition de deux modes de même nom s'effectue comme la composition de deux modes T.E.M. à l'intérieur de la cavité.

Les vecteurs champ électrique et excitation magnétique ne sont plus colinéaires en tout point du volume résonnant. Cependant, la boucle de détection, par son orientation, compose les deux vecteurs H_φ engendrés par les deux antennes excitatrices. Dans ces conditions "la colinéarité" est assurée et le cristal débite un courant conforme à la loi d'addition envisagée précédemment pour le mode T.E.M.

La position de la boucle à 135° de chaque antenne lui donne la même place relative dans deux configurations identiques de modes à 90° l'un de l'autre.

L'expression de H_φ rend compte directement de ce fait par le facteur $\cos n \varphi$ qui doit avoir la même valeur dans les deux cas. Dans le mode T.E.M., la position de la boucle suivant l'angle φ n'avait aucune influence par suite de la symétrie circulaire du mode.

Ici, on doit tenir compte du fait que, cette symétrie n'existant pas, $\cos n \varphi$ doit avoir la même valeur pour chacune des deux excitations. Ceci impose que la boucle soit située dans le plan de symétrie des deux antennes.

Ces quelques remarques montrent que les calculs effectués pour le polarimètre fonctionnant en mode T.E.M. peuvent être transposés, sans modification, aux modes TE₁₁ et TE₃₁ qui présentent l'avantage de découpler au maximum les antennes à l'intérieur de la cavité résonnante.

4°) - L'intensité comparée des différents modes :

Il est intéressant de connaître cette intensité qui intervient dans la sensibilité du polarimètre.

La position de la boucle de couplage du cristal détecteur à 45° de l'origine des φ permet un bon couplage de l'ensemble des modes utilisables en polarimétrie : TE₁₁, TE₃₁ et éventuellement T.E.M.

Par contre, la position de la boucle suivant l'axe des z (nous

l'avons fixée à 16 mm du fond de la cavité) ne permet pas d'avoir une position aussi équitable pour l'ensemble des modes.

Nous savons que le nombre m de résonances suivant cet axe est un multiple de $\frac{\lambda_g}{2}$ (19). Pour avoir un maximum d'intensité détectée, nous devons théoriquement effectuer le couplage en un maximum d'excitation magnétique. Ces maxima sont obtenus suivant l'axe des z , tous les $\frac{\lambda_g}{2}$, en prenant pour origine des z l'extrémité fixe de la cavité.

La détermination de la position de la boucle ne peut être faite que pour une fréquence et un mode déterminés. En effet, chaque mode, pour chaque fréquence, est caractérisé par un λ_g différent. On est généralement conduit à se contenter d'un compromis.

Les intensités relatives détectées pour les différentes résonances, dépendent de nombreux facteurs. Parmi les plus importants figurent : la position des antennes dans la cavité par rapport à ses extrémités, le coefficient de surtension de la cavité pour le mode envisagé et la position de la boucle de détection le long de l'axe Oz .

Tous ces facteurs sont des fonctions de la fréquence.

Le problème est trop complexe pour pouvoir être traité utilement dans sa généralité ; aussi, nous sommes-nous limités à l'étude expérimentale du cas précis de notre appareillage.

Le mode opératoire est le suivant : le cristal détecteur est branché sur un galvanomètre utilisé en millivoltmètre placé sur la sensibilité 150 mV (150 millivolts pour 150 millimètres de déviation). Pour une fréquence déterminée, nous avons déplacé le piston d'accord de la cavité entre ses deux positions extrêmes et nous avons réglé la puissance du klystron de manière à ce que le mode le plus important donne une déviation de 150 mm sur le galvanomètre.

Ce mode est marqué d'un astérisque dans le tableau qui suit. Ensuite, sans modifier la puissance d'émission, nous avons relevé les indications maximales du galvanomètre pour les autres résonances.

Nous avons effectué les mêmes opérations pour un certain nombre de fréquences. Le tableau relevé ci-après résume les résultats de cette étude. Il

permet la comparaison directe des intensités relatives données par les différents modes.

Nous avons déjà signalé l'interaction qui existait entre les modes TE312, X2, TE113 et TEM3 au voisinage de leurs points de recoupement.

Nous avons encadré dans le tableau la portion correspondante en notant cependant le fait que le mode TE312 restait prépondérant.

Il est évident que cette zone de fonctionnement perturbée est à éliminer du fait même que nous recherchons pour le polarimètre une interaction entre les différents éléments aussi faible que possible.

$(\frac{1}{\lambda})^2_{\text{mm}^{-2}}$	X1	TE311	TEM2	TE112	TE212
$8,025 \cdot 10^{-4}$	5,5	150*	106	5	-
$8,098 \cdot 10^{-4}$	5,5	150*	93	7	-
$8,210 \cdot 10^{-4}$	5,5	150*	79	8	-
$8,329 \cdot 10^{-4}$	5,5	150*	68	9	-
$8,460 \cdot 10^{-4}$	6	150*	64	11	-
$8,609 \cdot 10^{-4}$	6	150*	60	12,5	-
$8,769 \cdot 10^{-4}$	6	130*	52	15	-
$8,943 \cdot 10^{-4}$	-	105	48	14	-
$9,138 \cdot 10^{-4}$	-	-	47	17	-
$9,239 \cdot 10^{-4}$	-	-	45	21	-
$9,352 \cdot 10^{-4}$	-	-	47	24	-
$9,473 \cdot 10^{-4}$	-	-	46	36	-
$9,597 \cdot 10^{-4}$	-	-	47	61	-
$9,723 \cdot 10^{-4}$	-	-	45	150*	3,5
$9,852 \cdot 10^{-4}$	-	-	57	54	5,5
$10,002 \cdot 10^{-4}$	-	-	25	5,5	3,5
$10,155 \cdot 10^{-4}$	-	-	6	0,5	6

$(\frac{1}{\lambda})^2_{\text{mm}}^{-2}$	TEM3	TE113	X12	TE312	TE213
$8,025 \cdot 10^{-4}$	65	75	-	-	-
$8,098 \cdot 10^{-4}$	55	76	-	-	-
$8,210 \cdot 10^{-4}$	38	72	-	-	-
$8,329 \cdot 10^{-4}$	17	75	-	-	-
$8,460 \cdot 10^{-4}$	35	84	5,5	-	-
$8,609 \cdot 10^{-4}$	38	90	6,5	140	-
$8,769 \cdot 10^{-4}$	36	106	7,5	150*	-
$8,943 \cdot 10^{-4}$	29	105	8	150*	-
$9,138 \cdot 10^{-4}$	24	92	9	150*	2
$9,239 \cdot 10^{-4}$	21	70	10	150*	3
$9,352 \cdot 10^{-4}$	15	27	11	150*	5
$9,473 \cdot 10^{-4}$				150*	10
$9,597 \cdot 10^{-4}$				150*	32
$9,723 \cdot 10^{-4}$				150*	140
$9,852 \cdot 10^{-4}$				150*	140
$10,002 \cdot 10^{-4}$				150*	72
$10,155 \cdot 10^{-4}$				150*	115

5°) - Conclusions :

L'examen du tableau précédent montre l'intérêt que nous devons apporter aux résonances d'ordre $m = 1$ et $m = 2$ du mode TE31.

Dans toute la bande de fréquences correspondant à

$$8,025 \cdot 10^{-4} \text{ mm}^{-2} \leq (\frac{1}{\lambda})^2 \leq 9,352 \cdot 10^{-4} \text{ mm}^{-2}$$

c'est à dire, .

$$32,7 \text{ mm} \leq \lambda \leq 35,3 \text{ mm}$$

il constitue le mode le plus puissant, donc le plus sensible.

Dans cette bande, peuvent également être utilisés, par ordre d'intérêt décroissant, les modes TE₁₁₃, TE₁₁₂, TEM₂ et TEM₃.

Dans la bande de fréquences correspondant à l'intervalle

$$9,473.10^{-4} \text{ mm}^{-2} \leq \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 \leq 10,155.10^{-4} \text{ mm}^{-2}$$

soit

$$31,38 \text{ mm} \leq \lambda \leq 32,49 \text{ mm}$$

les seuls modes utilisables sont les modes TE₁₁₂ et TEM₂.

En définitive, dans la bande de fréquences couverte par le klystron, il reste un grand choix de résonances susceptibles d'être utilisées en polarimétrie.

- Remarques :

La demi-longueur d'onde du mode TE₃₁ dans le guide, au voisinage de $\lambda = 35 \text{ mm}$, est voisine de 32 mm. Dans ces conditions, la boucle du cristal détecteur se trouve pratiquement à $\frac{\lambda}{4}$ d'une extrémité de la cavité et en un minimum théorique d'excitation magnétique.

La résonance du mode TE₃₁ semblerait ne pas devoir être détectée.

Pour ne pas diminuer l'intérêt que peuvent présenter les autres modes, nous n'avons pas jugé souhaitable de changer la position de la boucle. Afin de compenser cet inconvénient, nous avons prélevé l'énergie par une boucle de surface plus grande traversant une fente de longueur 8 mm. Cette fente représente alors le quart de la longueur de la cavité résonnante. Dans ces conditions, l'énergie prélevée dans la cavité ne peut pas être négligeable. Nous avons aussi compté sur le fait que la valeur de H_{φ} est proportionnelle à n (cf. théorie sur les coaxiaux modes TE_{ni}) et la détection proportionnelle à n^2 . Dans le cas du mode TE₃₁, le facteur multiplicatif est 9.

De cette façon, nous avons pu obtenir les différents modes utilisables en polarimétrie avec des intensités comparables.

CHAPITRE TROISIEME

LA REALISATION D'UN BANC DE POLARIMETRIE

§ I - DESCRIPTION DES APPAREILS CONSTITUANT LE MONTAGE

- 1°) - Le klystron et son alimentation électrique
 - a) - Fonctionnement sans stabilisation
 - b) - Fonctionnement avec stabilisation
- 2°) - Eléments de contrôle et établissement de l'onde TELL en guide circulaire
- 3°) - La transmission de l'onde TELL en guide circulaire

§ II - LA STABILISATION EN FREQUENCE

- 1°) - Le discriminateur
 - a) - Réponse d'un circuit résonnant à une excitation forcée
 - b) - Composition des vibrations
 - Branchement en opposition
 - Branchement en série
 - c) - Les réalisations mécaniques
- 2°) - L'amplificateur continu à entrée symétrique et sortie dissymétrique
- 3°) - Le taux de stabilisation

§ III - AUTRES REALISATIONS

- 1°) - L'électroaimant
- 2°) - Les plans du polarimètre à double excitation
- 3°) - L'amplificateur différentiel de sortie du polarimètre

§ I - DESCRIPTION DES APPAREILS CONSTITUANT LE MONTAGE :

1°) - Le klystron et son alimentation électrique :

Le générateur d'onde est un klystron "reflex" C.F.T.H. , 6975/TH 2203 B, donnant une puissance moyenne de sortie de 40 mW dans la bande des 3cm. La cathode est chauffée sous une tension continue de 6,3 V fournie par une batterie d'accumulateurs au plomb.

Les tensions , cavité et réflecteur , sont prises sur deux alimentations stabilisées identiques distinctes donnant des tensions de sortie continues réglables de 230 V à 600 V.

Ces alimentations sont elles-mêmes connectées à un stabilisateur général de courant alternatif réglé sur 125 volts. Un tel appareil compense toutes les variations lentes ou permanentes du secteur. Il est sans effet sur les variations rapides dont la durée est inférieure à la seconde.

Pour une tension moyenne d'utilisation des alimentations de 300 V, nous avons obtenu, après avoir effectué un câblage très soigné, une tension de ronflement inférieure au millivolt.

Le taux de stabilisation $\mathcal{Z}$, donné par le produit $\frac{\Delta V_e}{V_e} \cdot \frac{V_s}{\Delta V_s}$, est voisin de 3.000.

V_e est la tension alternative efficace d'entrée et V_s la tension continue de sortie.

ΔV_e et ΔV_s sont les variations correspondantes de ces mêmes tensions

Au cours de nos expériences , les variations brusques du secteur n'ont jamais entraîné une variation de plus de 3 mV en plus ou en moins de la composante continue , ce qui nous a donné une tension continue stable à $2 \cdot 10^{-5}$ près.

Le fonctionnement de ces alimentations nous a toujours donné entière satisfaction⁽²⁰⁾.

La cavité du klystron est reliée en permanence à une de ces alimentations réglée sur 300 V. Un milliampèremètre permet le contrôle de l'intensité qui est de 32 mA en régime normal.

Le circuit réflecteur offre plusieurs possibilités (Figure 28).

a) - Fonctionnement sans stabilisation de fréquence :

Dans ce cas , la seconde alimentation débite sur un potentiomètre de 250.000 Ω dont le point variable est relié au réflecteur par l'intermédiaire d'une résistance de 50.000 Ω . Un contacteur à deux positions permet la modulation du réflecteur,

- soit par une tension en dent de scie ;
- soit par une tension en créneaux.

Le balayage linéaire est fourni par la base de temps d'un oscilloscope cathodique sur lequel on observe le fonctionnement du klystron . Avec une tension réflecteur convenable et une amplitude de balayage suffisante, on peut obtenir simultanément l'ensemble des modes de fonctionnement du klystron.

Pour régler le générateur sur le mode désiré et à son maximum de puissance, on amène le signal d'absorption d'une cavité résonnante (ondemètre par exemple) au sommet des modes. On réduit progressivement le balayage en ajustant la tension réflecteur de manière à ne laisser subsister sur l'écran que l'image correspondante du signal d'absorption sur le mode désiré . On supprime le balayage dont l'amplitude est d'autant plus faible que la cavité résonnante a un coefficient de surtension plus élevé . Par cette méthode on est sûr d'avoir réglé la tension réflecteur au mieux ; le klystron fonctionne d'une façon continue à son maximum de puissance . Nous avons vu que cette question était importante en polarimétrie.

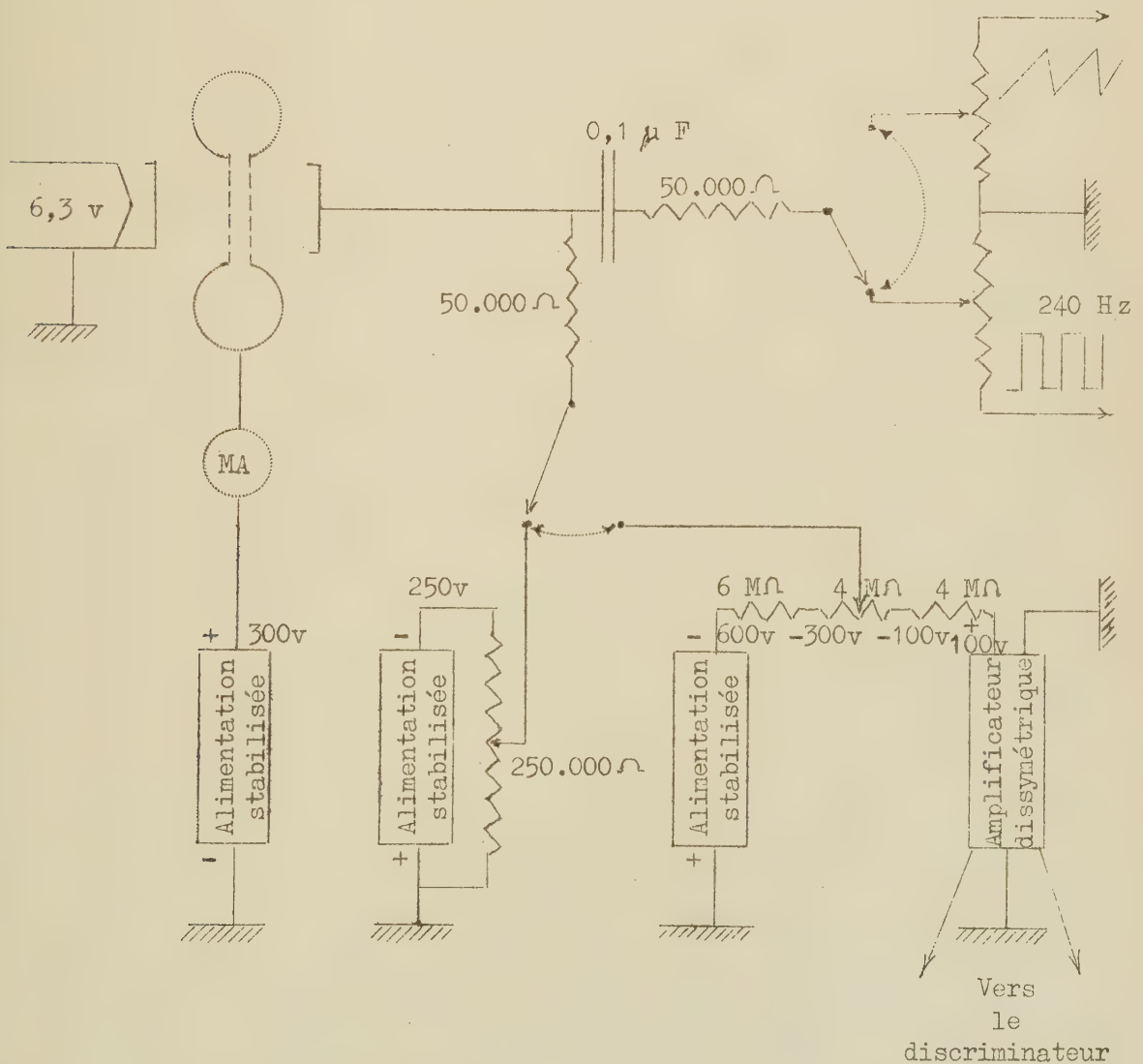
Dans la seconde position , le contacteur introduit sur le réflecteur une modulation en créneaux dont l'amplitude est réglée de telle façon que le klystron fonctionne en impulsions par tout ou rien ⁽⁸⁾, ⁽²¹⁾.

Le klystron est réglé au préalable pour un fonctionnement au sommet d'un mode comme précédemment. On envoie, sur le réflecteur, une faible tension en créneaux et on recherche , par une faible variation de la tension continue réflecteur le maximum de l'amplitude des impulsions de puissance enregistrées par l'oscilloscope . On effectue les mêmes opérations avec des amplitudes de tension en créneaux de plus en plus grandes jusqu'à ce que l'amplitude des impulsions de puissance cesse de croître . On doit alors vérifier que lors de la suppression du balayage réflecteur, il n'y a aucune émission d'énergie de la part du klystron . Ce dernier fonctionne alors par tout ou rien à sa puissance maximum . Ce montage est intéressant car il permet une amplification des si-

gnaux de rotation à l'aide d'amplificateurs à courants alternatifs normaux.

b) - Fonctionnement avec stabilisation de fréquence :

Dans ce cas, la seconde alimentation, réglée sur - 600 V, est reliée par une résistance de $14\text{ M}\Omega$ à la sortie d'un amplificateur continu dissymétrique qui donne une tension continue de sortie de + 100 V lorsque l'entrée est court-circuitée.



- Figure 28 -

Il est nécessaire de vérifier avec soin les tensions données par l'alimentation et l'amplificateur de manière à ne jamais rendre le réflecteur du klystron positif.

En polarimétrie, le générateur est toujours utilisé sur le mode donnant un maximum de puissance ; nous aurons une marge de sécurité plus importante en choisissant $4 M \Omega$ pour la valeur de la résistance insérée entre le potentiomètre et l'amplificateur.

Dans ces conditions, la tension réflecteur ne peut, en principe, prendre des valeurs supérieures à $-100 V$.

Le réglage du klystron s'effectue toujours de la manière indiquée au paragraphe précédent.

2°) - Eléments de contrôle et établissement de l'onde TE₁₁ en guide circulaire :

La sortie haute fréquence du klystron s'effectue directement sur un guide d'onde rectangulaire muni d'une bride standard.

Se succèdent alors, dans l'ordre :

- Un atténuateur à lame de carton absorbant qui permet le réglage de la puissance haute fréquence en même temps qu'il donne la possibilité de découpler le klystron du reste du montage.
- Un ondemètre construit au Laboratoire ⁽²⁰⁾ et étalonné par comparaison.
- Un discriminateur pour la stabilisation en fréquence du klystron.
- Un "Uniline" qui découple les éléments précédents de l'ensemble polarimétrique sur guide circulaire.
- Une transition guide rectangulaire - guide circulaire. Nous utilisons ici une des deux réalisations que nous avons obtenues par galvanoplastie sur plexiglas argenté. Le procédé électrolytique employé sera décrit à la fin de ce travail.
- Une portion de guide circulaire comportant une lame de carton absorbant, convenablement disposée dans un plan diamétral, qui permet d'obtenir une meilleure polarisation de l'onde incidente ⁽⁵⁾. Cette lame sert surtout d'absorbant pour les ondes réfléchies qui auraient tourné et qui perturberaient ensuite les observations.

L'ensemble précédent constitue un système rigide auquel nous avons

donné la possibilité de tourner autour de son axe de symétrie.

Une graduation munie d'un vernier permet de repérer les rotations.

3°) - La transmission de l'onde TELL en guide circulaire :

L'onde TELL traverse successivement :

- Une portion de guide circulaire dans laquelle sera introduite la substance à étudier. Pour l'étude des rotations des composés paramagnétiques, ce guide est solidaire d'un électroaimant solénoïdal que nous décrirons dans la suite ;
- Eventuellement , un quart d'onde pour l'étude de l'ellipticité avec un dispositif de mesure des angles ;
- Le polarimètre , qui peut tourner autour de son axe de révolution, muni d'un tambour gradué pour la mesure des angles.

Finalement, une terminaison adaptée, constituée par une charge à eau (cône très effilé en verre de faible épaisseur et rempli d'eau, dont l'axe occupe le centre du guide ; sa longueur est d'environ 30 cm) absorbe l'énergie.

§ II - LA STABILISATION EN FREQUENCE :

1°) - Le discriminateur :

Le problème consiste à obtenir une tension proportionnelle à un écart de fréquence df ⁽²²⁾, ⁽²³⁾, ⁽²⁴⁾, ⁽²⁵⁾.

Nous savons que , lors du passage par la résonance , la phase du signal issu d'un circuit oscillant varie de 0 à π , le déphasage étant de $\pi/2$ pour la fréquence de résonance f_0 . En ajoutant à l'excitation incidente, soit le signal issu du circuit précédent, soit le même signal déphasé de π , nous obtenons deux tensions qui sont égales en grandeur pour la fréquence f_0 mais dont la différence est , pour de petites variations de fréquence de part et d'autre de f_0 , proportionnelle à ces variations.

On obtient une courbe de différence analogue aux courbes de Ketteler Helmholtz, dites de dispersion anormale, qu'on obtient au voisinage des bandes d'absorption pour l'optique (indice de réfraction, par exemple).

Nous avons transposé , dans le domaine des ondes centimétriques, les résultats obtenus dans le domaine des radiocommunications.

a) - Réponse d'un circuit résonnant à une excitation forcée :

Si nous excitons , par une oscillation de pulsation ω , un circuit oscillant de coefficient de self L , de capacité C , de résistance R et de facteur de surtension Q , nous aurons l'équation bien connue , si v est la différence de potentiel aux bornes du condensateur :

$$LC \frac{d^2 v}{dt^2} + RC \frac{dv}{dt} + v = E_0 \cos \omega t$$

Si nous ne considérons que les oscillations forcées, on est amené à écrire :

$$v = v_0 \sin (\omega t - b),$$

avec

$$v_0 = \frac{E_0 \omega_0^2}{\sqrt{\frac{R^2 \omega^2}{L^2} + (\omega_0^2 - \omega^2)^2}}$$

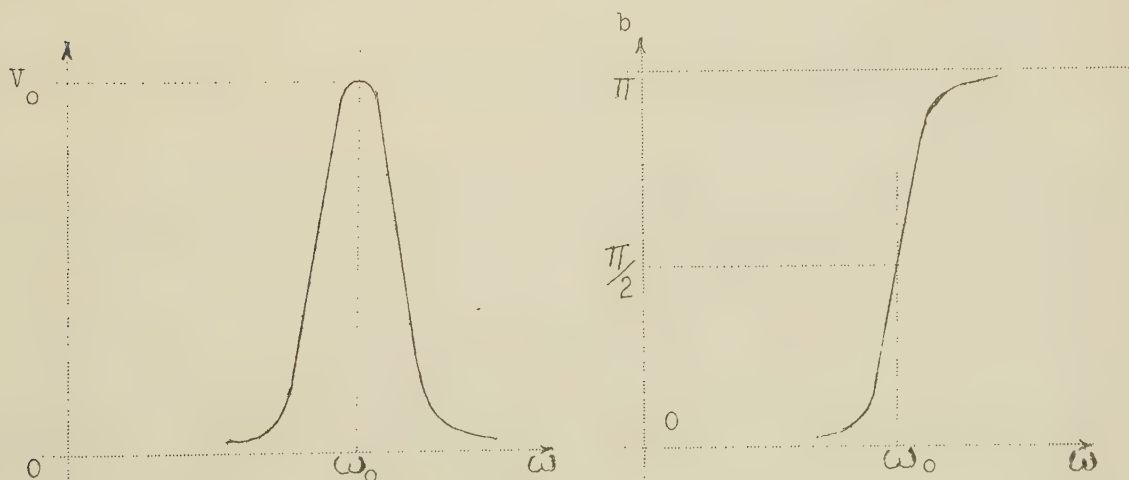
$$\operatorname{tg} b = \frac{R \omega}{L(\omega_0^2 - \omega^2)}$$

en posant

$$\omega_0 = \frac{2 \pi}{T_0} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

La figure 29 donne, à la résonance, la forme des deux courbes :

$$v_0 = f(\omega) \quad \text{et} \quad \operatorname{tg} b = g(\omega).$$



- Figure 29 -

Nous utiliserons, par la suite, la construction de Fresnel pour composer les oscillations forcées avec l'onde incidente. Montrons tout d'abord que le lieu de l'extrémité du vecteur de grandeur v_0 , ayant pour origine un point fixe A et faisant avec un axe Ay l'angle b , est un cercle (Figure 30).

Le déphasage de $\pi/2$ étant obtenu pour la fréquence de résonance, on est conduit à prendre comme variable l'angle c tel que $c = b - \pi/2$. Nous simplifions les équations en posant :

$$\frac{R}{L} = a, \quad \frac{\omega}{\omega_0} = n, \quad \frac{E_0}{v_0} = u ;$$

avec ces notations, $\frac{\omega_0}{a}$ représente le coefficient de surtension Q de la cavité ou du circuit résonnant.

Nous pouvons écrire dans ces conditions :

$$\frac{1}{u} = \frac{1}{(1-n^2) \sqrt{1 + \cot^2 c}} = \frac{\sin c}{1-n^2}$$

$$\cot c = \frac{an}{\omega_0(1-n^2)}$$

Il vient alors :

$$n^2 - 1 = u \sin c, \quad n = u Q \cos c.$$

En éliminant n , nous obtenons l'équation :

$$u^2 Q^2 \cos^2 c - u \sin c - 1 = 0,$$

ce qui donne pour valeur de u

$$u = \frac{\sin c \pm \sqrt{\sin^2 c + 4 Q^2 \cos^2 c}}{2 Q^2 \cos^2 c}$$

Si nous remarquons que Q est, en général, très grand et si nous négligeons les termes en $\frac{1}{2}$ devant les termes en $\frac{1}{Q}$, nous pouvons écrire en

prenant la racine positive : $u = \frac{1}{Q \cos c}$,

ceci n'est valable en toute rigueur qu'au voisinage de $c = 0$, mais pratiquement jusqu'à des valeurs très voisines de $\pi/2$. Nous avons alors :

$$v_0 = E_0 Q \cos c.$$

Cette égalité représente l'équation polaire du lieu cherché ; c'est un cercle, tangent en A à l'axe Ay, dont le diamètre a pour grandeur $E_0 Q$.

On réalise par ailleurs un changement de phase de π du signal v_0 de manière à obtenir un cercle symétrique du précédent par rapport à Ay.

b) - Composition des vibrations :

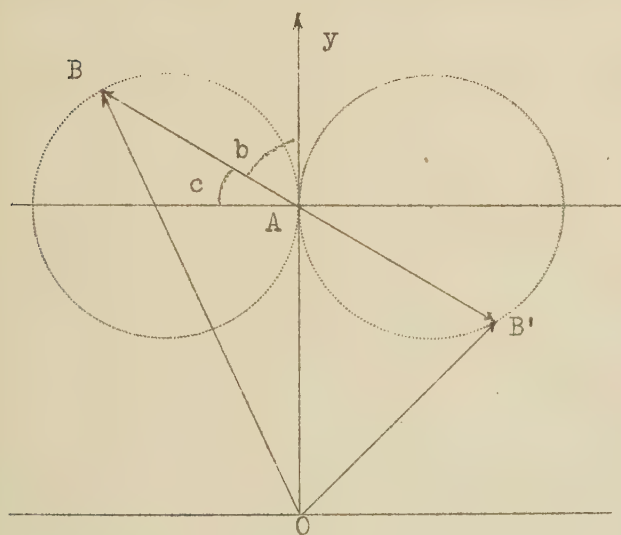
Par rapport à la construction graphique précédente, nous pouvons représenter l'onde incidente par le vecteur $\vec{OA}$ aligné avec l'axe Ay.

Dans le discriminateur, nous réalisons l'addition du vecteur $\vec{OA}$:

- d'une part avec le vecteur $\vec{AB}$ correspondant au signal v_0 ,
- d'autre part avec le vecteur $\vec{AB'}$ correspondant au signal $-v_0$.

Au voisinage de la résonance, les amplitudes des vecteurs $\vec{AB}$ (ou $\vec{AB'}$) et $\vec{OA}$ sont dans le rapport Q. Par suite du couplage des divers éléments entre eux, la réalisation matérielle de notre discriminateur ne permet pas de conserver ce rapport. Dans ces conditions, on peut faire la construction graphique

avec des amplitudes de vecteurs du même ordre de grandeur (Figure 30).



- Figure 30 -

Composition des vecteurs

Les tensions données par les cristaux détecteurs au silicium sont représentées par les vecteurs $\vec{OB}$ et $\vec{OB'}$; nous aurons un courant proportionnel au carré de la tension, à condition, ce qui est généralement réalisé, que cette dernière ne soit pas trop élevée : courants de l'ordre de quelques microampères.

Nous utiliserons deux branchements différents.

Branchement en opposition :

Si les détecteurs sont de même type (chacun débitant sur une résistance R) et si chaque cristal est relié à la masse par son support, nous disposerons, entre les extrémités isolées, d'une tension proportionnelle à la

différence des carrés des vecteurs $\vec{OB}$ et $\vec{OB'}$ (Figure 31).

$$\delta = k (\overline{OB}^2 - \overline{OB'}^2).$$

Dans le triangle $OB B'$, un théorème de géométrie élémentaire nous donne :

$$\overline{OB}^2 - \overline{OB'}^2 = 4 \overline{OA} \cdot \overline{AB} \sin c.$$

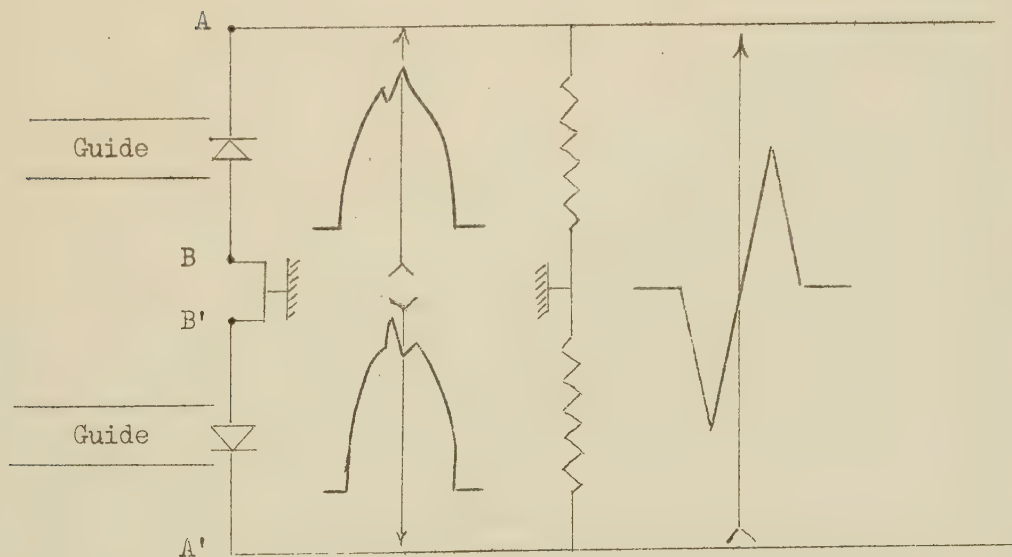
Soit ici :

$$\delta = k 4 E_0 E_0 Q \cos c \sin c = 2 k E_0^2 Q \sin 2 c.$$

Si nous remplaçons la variable c , plus pratique pour les calculs, par la variable usuelle ω , nous retrouvons la formule sous la forme classique:

$$\delta = 2k E_0^2 Q \frac{\frac{\omega \omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2}}{1 + \frac{1}{Q^2} \frac{\omega^2 \cdot \omega_0^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2}}$$

On reconnaît l'analogie de la formule de Ketteler-Helmholtz pour la dispersion.



- Figure 31 -

La formule précédente peut s'écrire aussi :

$$\delta = 4 k E_0^2 \frac{1}{\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\omega \omega_0} + \frac{1}{Q^2} \frac{\omega \omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2}}$$

Les extrema de cette courbe sont facilement calculables . En effet, le dénominateur de la fonction étant la somme de deux termes dont le produit est constant , le maximum et le minimum sont obtenus lorsque les deux termes sont égaux, c'est-à-dire si

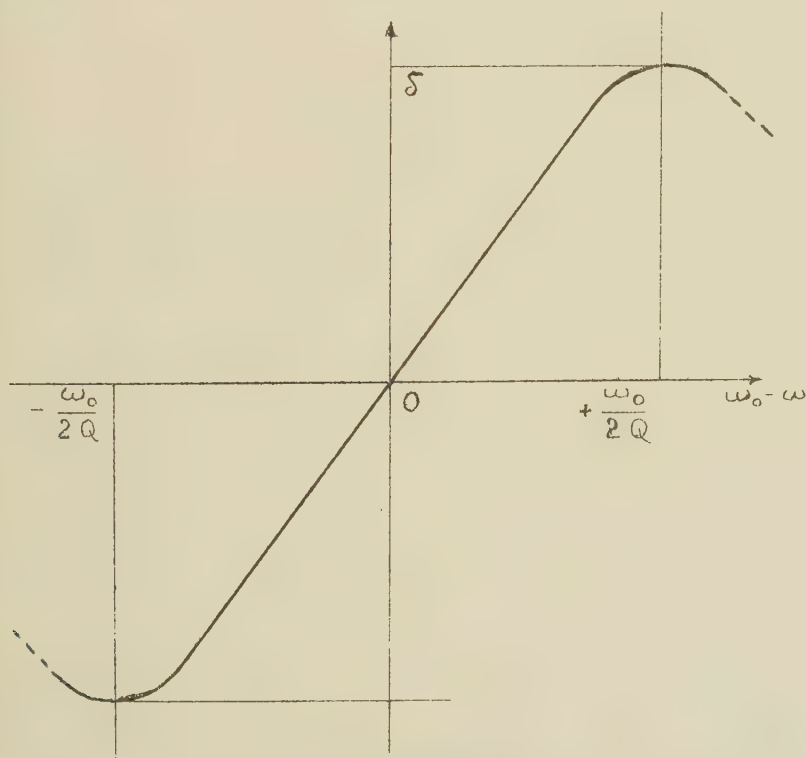
$$\omega \omega_0 = \pm Q (\omega_0^2 - \omega^2)$$

Si on néglige 1 devant $4 Q^2$ on trouve

$$\omega = \omega_0 \left(1 \pm \frac{1}{2Q}\right)$$

Il est également important de calculer la pente de la courbe de discrimination (Figure 32) autour de ω_0 .

Posons $x = \omega_0 - \omega$ x étant petit devant ω_0



on a

$$\operatorname{tg} c = Q \frac{(1 - n^2)}{n}$$

et

$$n = -\frac{x}{\omega_0} + 1$$

$$n^2 = 1 - \frac{2x}{\omega_0}$$

$$\operatorname{tg} c \neq c \neq 2Q \frac{x}{\omega_0}$$

En reportant dans l'expression de δ on obtient :

$$\delta = 8 k E_0^2 Q^2 \frac{x}{\omega_0}$$

La pente vaut alors :

$$\frac{d\delta}{dx} = \frac{8 k E_0^2 Q^2}{\omega_0}$$

- Figure 32 -

Branchement en série :

Comme dans le cas précédent, chaque détecteur est relié à la masse par son support, si l'on utilise des cristaux de type différent les extrémités isolées ne seront plus de même nature (l'une sera le silicium, l'autre le tungstène). Nous réalisons le montage de la figure 33 et nous maintenons artificiellement, à l'aide d'un gros condensateur ou d'une pile E, la tension constante entre les extrémités isolées.

Nous amplifions alors la tension entre le point C et la masse. Cette tension est toujours proportionnelle à la différence $\overline{OB}^2 - \overline{OB'}^2$, comme précédemment. En effet,

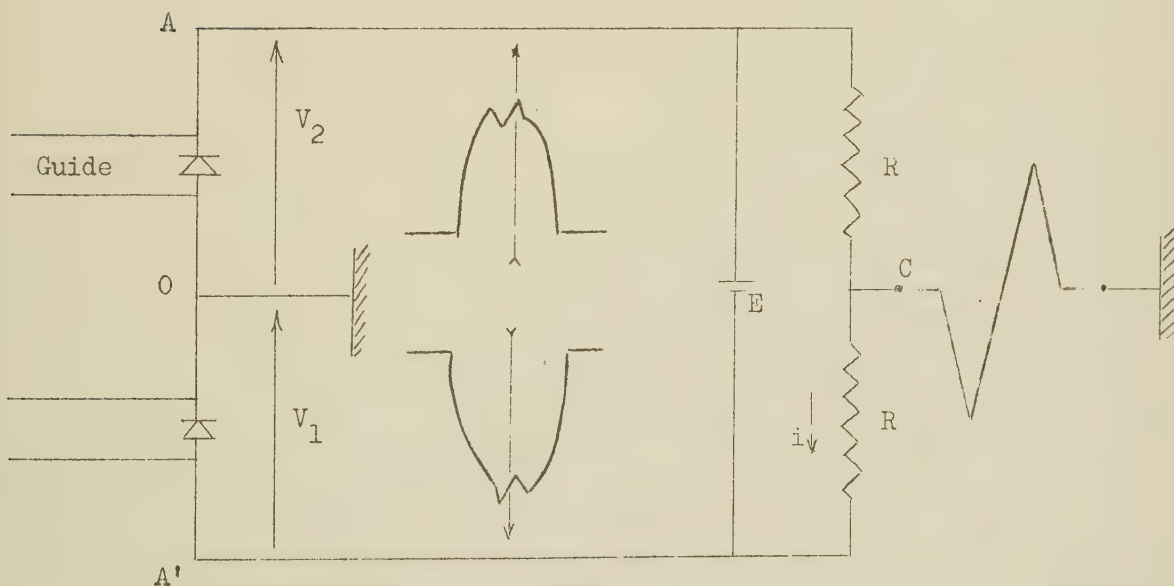
$$i = \frac{V_1 + V_2}{2R} \quad \text{et} \quad V_c - V_o = \frac{V_2 - V_1}{2} = \frac{\overline{OB}^2 - \overline{OB'}^2}{2}$$

Par contre, la pile E maintient la somme $\overline{OB}^2 + \overline{OB'}^2$ constante.

Nous avons alors, d'après un théorème de géométrie élémentaire,

$$\begin{aligned} k' E = \overline{OB}^2 + \overline{OB'}^2 &= 2 E_o^2 + 2 E_o^2 Q^2 \cos^2 c \\ &= 2 E_o^2 (1 + Q^2 \cos^2 c) \end{aligned}$$

Il est à remarquer pour la suite que $k' E$ est de l'ordre de $2 E_o^2 Q^2$.



- Figure 33 -

La tension utilisable à l'entrée de l'amplificateur est :

$$\mathcal{E} = 2 k E_0^2 Q \sin c \cos c.$$

En éliminant E_0 de la formule précédente

$$\mathcal{E} = \frac{k k' E Q \sin c \cos c}{1 + Q^2 \cos^2 c}$$

et comme Q est grand devant 1, nous pouvons écrire simplement :

$$\mathcal{E} = \frac{k k' E \operatorname{tg} c}{Q}$$

La courbe de variation de $\mathcal{E}$ est celle d'une tangente (figure 34) qui, au voisinage de $c = 0$, est assimilable à une droite d'équation :

$$\mathcal{E} = \frac{k k' E c}{Q}$$

On écrit :

$$\mathcal{E} = \frac{2 k k' E x}{\omega_0}$$

en tenant compte de l'égalité

$$c = \frac{2 Q x}{\omega_0}$$

La pente qui nous intéresse vaut :

$$\frac{d\mathcal{E}}{dx} = \frac{2 k k' E}{\omega_0}$$

Nous avons déjà remarqué que $k' E$ était de l'ordre de $2 E_0^2 Q^2$;

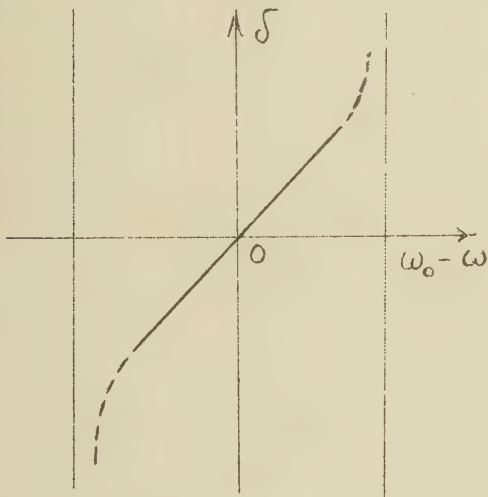
donc

$$\frac{d\mathcal{E}}{dx} \text{ est de l'ordre de } \frac{4 k E_0^2 Q^2}{\omega_0}$$

Nous voyons que la pente est environ moitié de celle obtenue dans le cas précédent. Par contre, et c'est là l'intérêt du montage, cette pente ne dépend plus de E_0 . Quelle que soit la puissance reçue par le système, le fonctionnement restera inchangé.

REMARQUE :

Pour chaque montage nous avons représenté les oscillogrammes correspondants obtenus en différents points du circuit. La base de temps d'un oscil-



- Figure 34 -

loscope fournit le balayage du réflecteur du klystron . L'amplitude est convenablement choisie pour obtenir un seul de ces modes de fonctionnement.

Nous remarquerons que le montage en opposition peut être facilement ramené au montage en série après avoir fait subir une inversion de 180° à la phase de l'un des signaux . Nous avons adopté cette solution et nous l'avons réalisée dans le premier étage de l'amplificateur dont nous donnerons le schéma dans un prochain paragraphe.

c) - La réalisation mécanique :

Dans un premier montage qui a déjà été décrit ⁽²⁴⁾ , nous avons pris une cavité résonnante (ondemètre HOLL) soudée sur le grand côté d'un guide rectangulaire et excitée par une fente transversale parallèle à l'axe de révolution de la cavité . Une partie de l'énergie du volume résonnant est reprise par un trou à 90° de la fente excitatrice (pour éliminer le mode H₀₁₁ toujours possible) et envoyée dans la branche "E" d'un "Té magique" . On obtient ainsi, aux deux extrémités du Té , des tensions en opposition de phase (à des distances égales de la jonction).

Le signal incident est pris , au delà de la cavité , par un couplage directif à large bande ⁽²⁶⁾ et envoyé dans un guide à 90° de sa direction ; il se réfléchit alors sur un piston réglable (pour obtenir le déphasage correct) et se dirige dans la branche "H" du "Té magique" précédent. On obtient ainsi à des distances égales de la jonction, deux tensions en phase.

On voit que des détecteurs placés aux extrémités du Té feront les deux additions dont il a été question précédemment, suivies du redressement de la tension.

Une réalisation récente ⁽²⁷⁾ , nous a permis de simplifier le montage par l'assemblage d'éléments d'usage courant en ondes centimétriques.

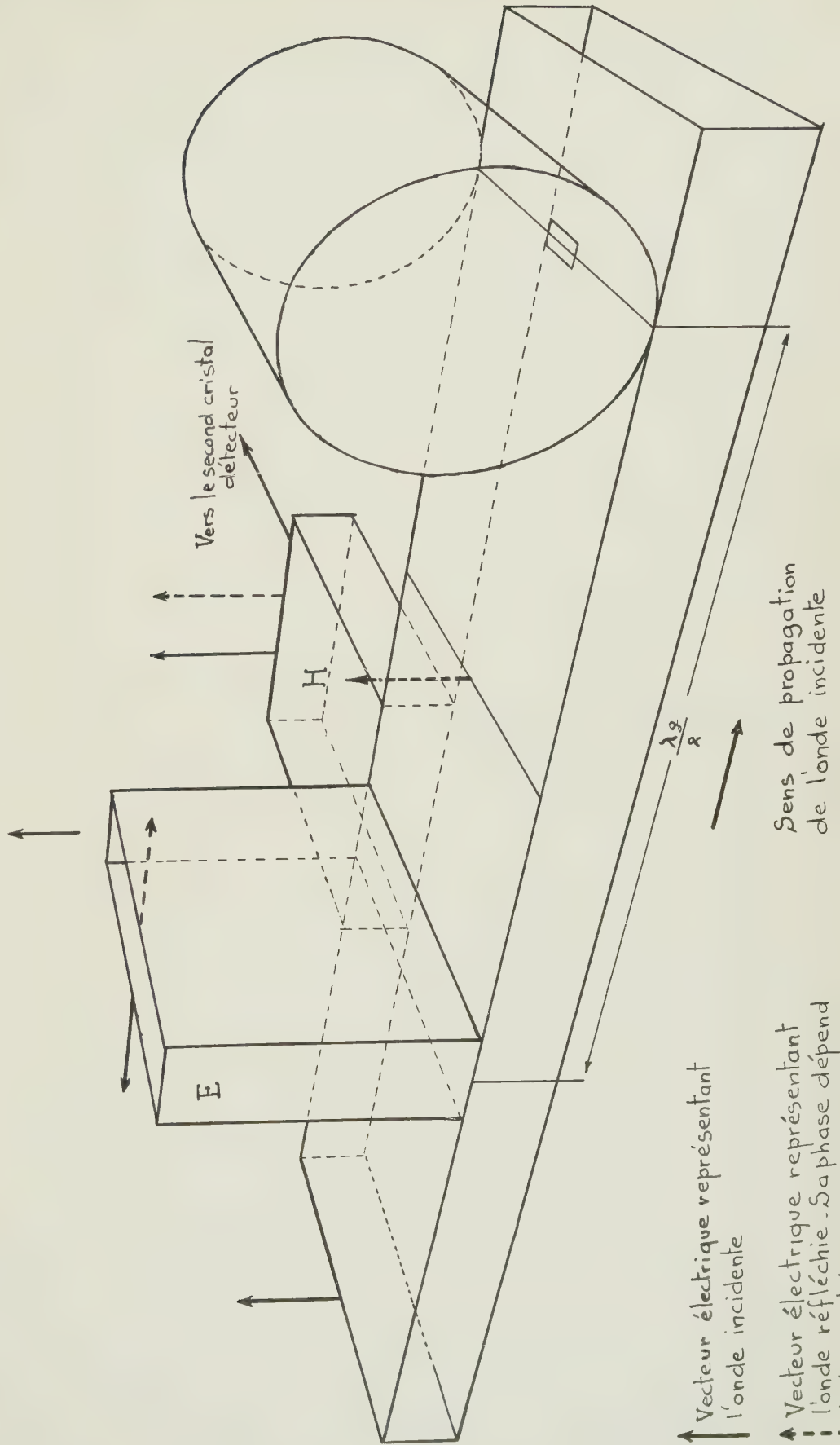
On dispose :

- d'un "Té magique" ;
- de deux cristaux détecteurs adaptés, montés sur guide ;
- d'une cavité résonnante couplée sur le grand côté d'un guide rectangulaire.

Tous ces éléments sont assemblés par des brides standards de manière à réaliser le montage de la figure 35.

- Figure 35 -

Vers le premier cristal détecteur



↑ Vecteur électrique représentant l'onde incidente

↑ Vecteur électrique représentant l'onde réfléchie. Sa phase dépend de la cavité

Sens de propagation de l'onde incidente

La distance du Té à la cavité doit être un multiple de $\frac{\lambda_g}{4}$

Considérons le cas où la distance Té-Cavité est un multiple pair de $\frac{\lambda_g}{4}$.

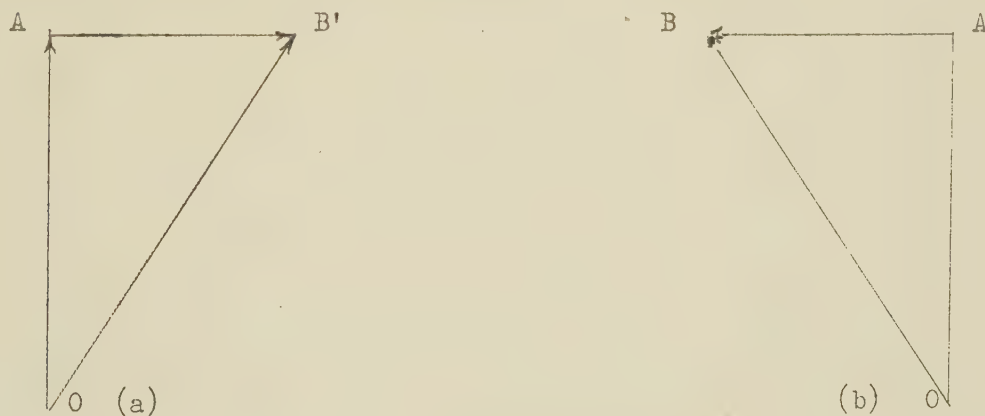
L'onde incidente est représentée par un vecteur électrique en trait plein et l'onde réfléchie par un vecteur électrique en trait "tiret".

Dans la branche "E" du Té, nous recevons l'onde incidente et l'onde réfléchie.

Cette dernière subit plusieurs déphasages par rapport à l'onde incidente :

- Un déphasage de $\pi/2$ dû à la réflexion de l'onde par la cavité supposée à la résonance ;
- Un déphasage de 2π dû au double trajet Té-Cavité correspondant à une distance λ_g ;
- Un déphasage de π réalisé par la branche "E" du Té elle-même.

Sur la construction graphique (Figure 36_a), on voit que le cristal de la branche "E" reçoit l'onde représentée par le vecteur $\vec{OB'}$.



- Figure 36 -

Dans la branche "H" du Té, nous recevons également l'onde incidente et l'onde réfléchie.

Cette dernière ne subit que les deux premiers déphasages. La branche "H" du Té n'introduit pas de différences de phase avec l'onde incidente.

Le cristal de la branche "H" reçoit l'onde représentée par le vecteur $\vec{OB}$ (Figure 36_b).

Nous avons réalisé ainsi toutes les conditions théoriques de fonctionnement d'un discriminateur . On peut se rendre compte que si la distance Té-Cavité est un multiple impair de $\frac{\lambda_g}{4}$, les résultats précédents sont à intervertir sur chaque cristal. Ceci se traduit par le changement de signe de la pente de la courbe de discrimination au voisinage de la fréquence de résonance de la cavité.

REMARQUE :

Le système précédent est unidirectionnel en ce sens que la cavité doit obligatoirement fonctionner par réflexion.

Une onde incidente se propageant en sens inverse ne donnerait aucun signal de discrimination . On n'observerait rien d'autre à la sortie des cristaux que le signal d'absorption de la cavité résonnante.

2°) - L'amplificateur continu à entrée symétrique et sortie dissymétrique :

Les signaux en provenance d'un discriminateur à deux cristaux montés en opposition sont appliqués systématiquement sur les grilles de deux triodes identiques.

Les tensions sont récupérées successivement sur la cathode de la première lampe en A et dans le circuit anodique de la seconde en B (voir schéma figure 37).

Le signal cathodique est en phase avec le signal d'entrée ce qui entraîne toujours un gain inférieur à l'unité . Nous l'avons trouvé égal à 0,75 dans les meilleures conditions.

Le signal anodique est , par contre , amplifié et en opposition de phase avec le signal d'entrée . Afin de rendre identiques les gains des deux triodes, nous avons établi une chaîne de résistances convenables entre l'anode et la masse et repris le signal au point B.

Les sorties A et B sont ensuite réunies entre elles par deux résistances de 100.000 Ω . On sait alors que la tension de stabilisation est obtenue entre le point C et la masse . Cette tension est ensuite reprise normalement par un amplificateur à courant continu.

Le gain continu d'une lampe est d'autant plus élevé que la résistance de cathode est plus faible. Pour tenir compte de cette remarque, nous avons réalisé les polarisations de cathode par des accumulateurs au plomb dont les résistances internes sont toujours très faibles.

On contrôle la tension de sortie de l'amplificateur grâce à un microampèremètre monté en série avec la plaque de la dernière lampe. Un débit de $40 \mu\text{A}$ correspond à une tension de sortie de 100 V , entrée de l'amplificateur court-circuitée.

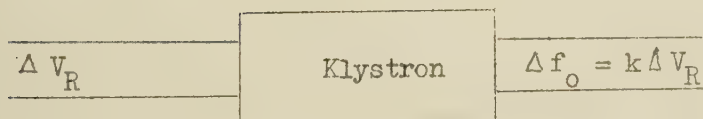
Le gain dépend de la résistance des potentiomètres de réglage. Il ne doit pas dépasser 4.000 si l'on demande une bonne stabilité pour l'amplificateur lui-même avec une dérive en sortie n'excédant pas quelques volts par heure.

REMARQUE :

Cet amplificateur doit être utilisé avec les tubes qui ont servi à son réglage. Les lampes ne peuvent être interverties ou changées sans qu'une nouvelle mise au point de l'ensemble soit à faire. C'est pourquoi les valeurs des résistances que nous avons indiquées dans le schéma ne sont qu'approximatives. Il est également très important d'utiliser des tensions continues non seulement très stables au cours d'une mesure, mais dont la valeur reste constante durant le temps nécessaire à toute une série d'expériences (plusieurs jours).

3°) - Le taux de stabilisation :

Nous savons qu'une variation de tension réflecteur ΔV_R entraîne, au voisinage du sommet d'un mode, une variation de fréquence Δf_0 qui lui est proportionnelle (Figure 38).



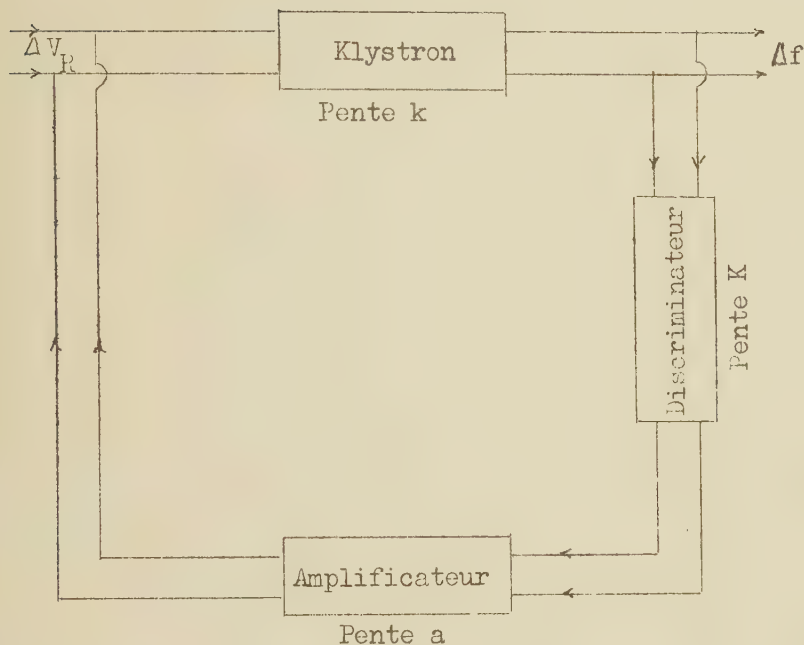
- Figure 38 -

Dans ces conditions, on peut écrire :

$$\Delta f_0 = k \cdot \Delta V_R$$

k est la pente du klystron.

Pour stabiliser l'ensemble, nous devons prendre une partie du signal de sortie et le renvoyer à l'entrée, convenablement amplifié et déphasé de 180° , selon le schéma de la figure 39.



- Figure 39 -

Dans ces conditions, la réponse de l'appareil au signal d'entrée ΔV_R n'est plus que Δf . Le discriminateur donne alors une tension $K \Delta f$, si K est la pente du discriminateur.

Après passage par l'amplificateur de pente a , la tension est $a.K. \Delta f$.

Le signal d'entrée, par suite du déphasage de 180° , s'écrit :

$$\Delta V_R - a.K. \Delta f$$

Il produit la variation de fréquence définitive Δf que nous écrivons :

$$\Delta f = k (\Delta V_R - a.K. \Delta f)$$

on en déduit, en remplaçant $k. \Delta V_R$ par Δf_o :

$$\frac{\Delta f_o}{\Delta f} = 1 + a K k$$

on peut négliger 1 devant $a K k$ et écrire :

$$\frac{\Delta f_o}{\Delta f} = a K k$$

Mesure du taux de stabilisation :

La mesure, à l'oscilloscope, de la pente de la courbe de discrimination nous donne directement le produit $K.k$ ce qui évite d'avoir à mesurer la

pente du klystron.

Le coefficient d'amplification a est celui qui existe au niveau du réflecteur du klystron. Il est inférieur à celui de l'amplificateur et nous devons en tenir compte dans le calcul du taux de stabilisation.

Nous avons trouvé, dans nos expériences $a = 2900$ avec une pente $K.k$ de 0,12, soit :

$$\frac{\Delta f_0}{\Delta f} \text{ de l'ordre de } 350.$$

§ III - AUTRES REALISATIONS :

1°) - L'Electroaimant :

Il est du type solénoïdal et a été entièrement construit au Laboratoire. Il est constitué de cinq bobines indépendantes facilement démontables. Ces dernières sont réalisées avec du ruban d'aluminium de 0,1 mm d'épaisseur et de 20 mm de largeur, isolé par oxydation anodique et une couche de vernis.

L'évacuation de la chaleur dégagée est assurée par une circulation d'eau. Il a été prévu en particulier un refroidissement très efficace de l'espace compris entre le guide circulaire et le corps central cylindrique de l'électroaimant, afin d'éviter tout échauffement de la substance étudiée (Figure 40).

Cet électroaimant permet d'obtenir une excitation magnétique de 5.000 Oersteds en début d'expérience avec un courant de 80 Ampères sous 120 Volts continus.

Un jeu de trois rhéostats de forte puissance permet de faire varier H dans l'intervalle 1000 - 5000 Oersteds.

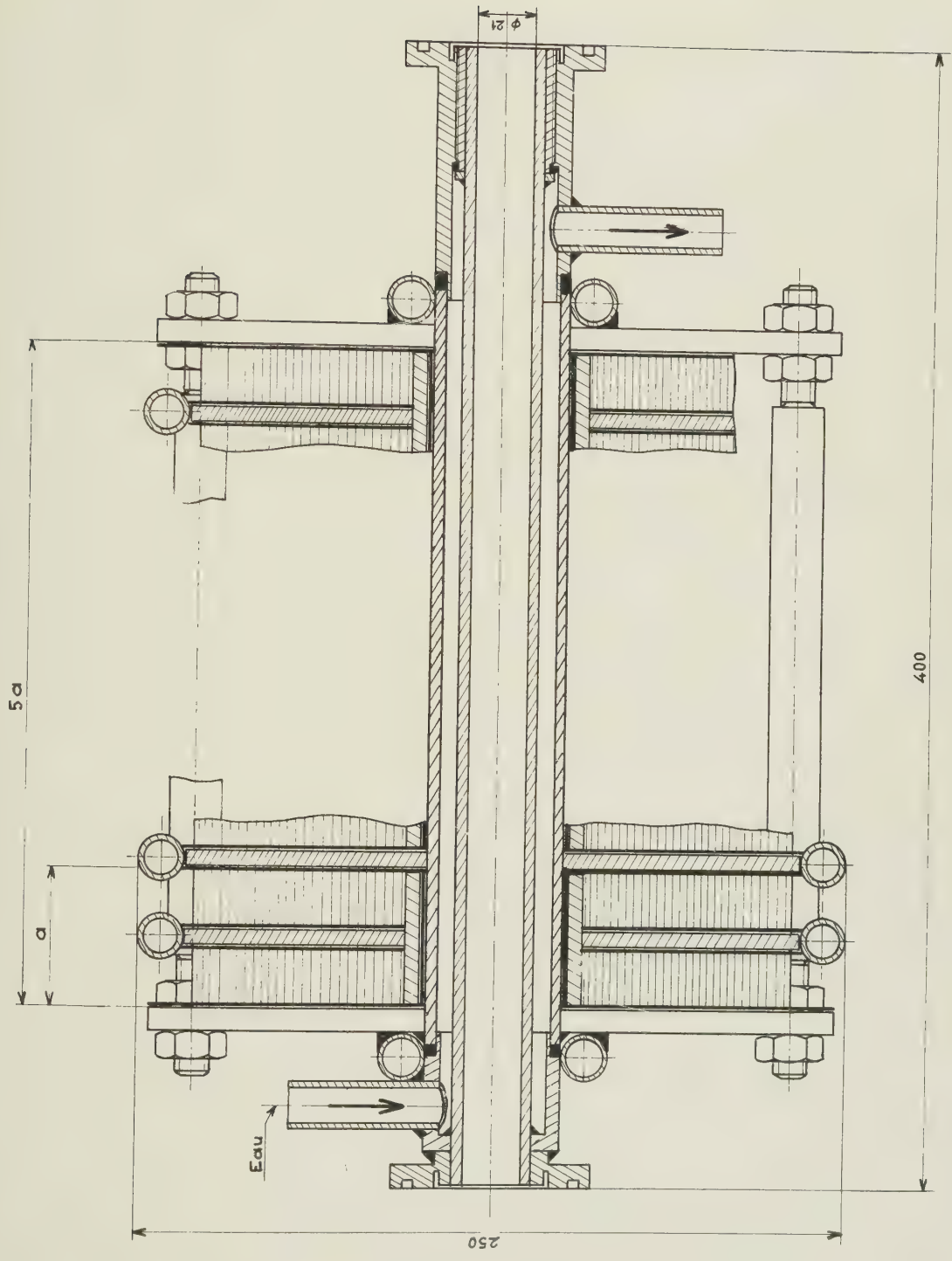
L'étalonnage $H = f(I)$ a été effectué avec un fluxmètre.

L'homogénéité du champ n'est pas meilleure que 1 % sur une longueur de 25 cm. Elle ne permet des études de rotations par effet Faraday que sur des substances dont les raies d'absorption sont très larges.

2°) - Les plans du polarimètre à double excitation :

L'ensemble des détails techniques de la réalisation est contenu dans les plans qui suivent (Figures 41 et 42).

ELECTRO - AIMANT



Tuyau d'eau de refroidissement

Figure 40

Echelle : 0,5

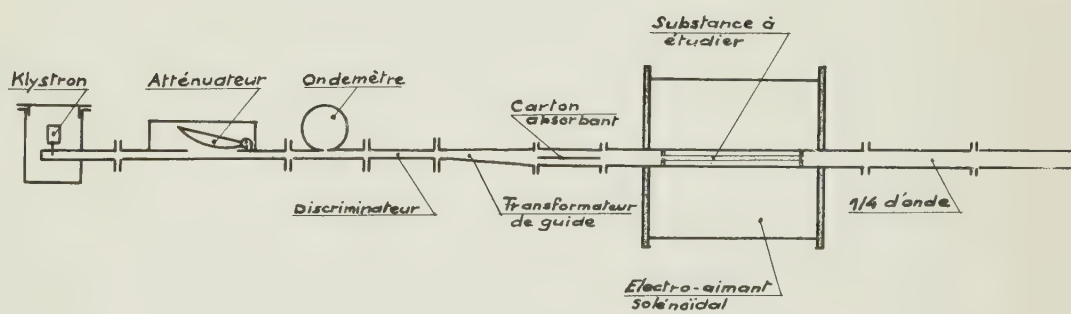
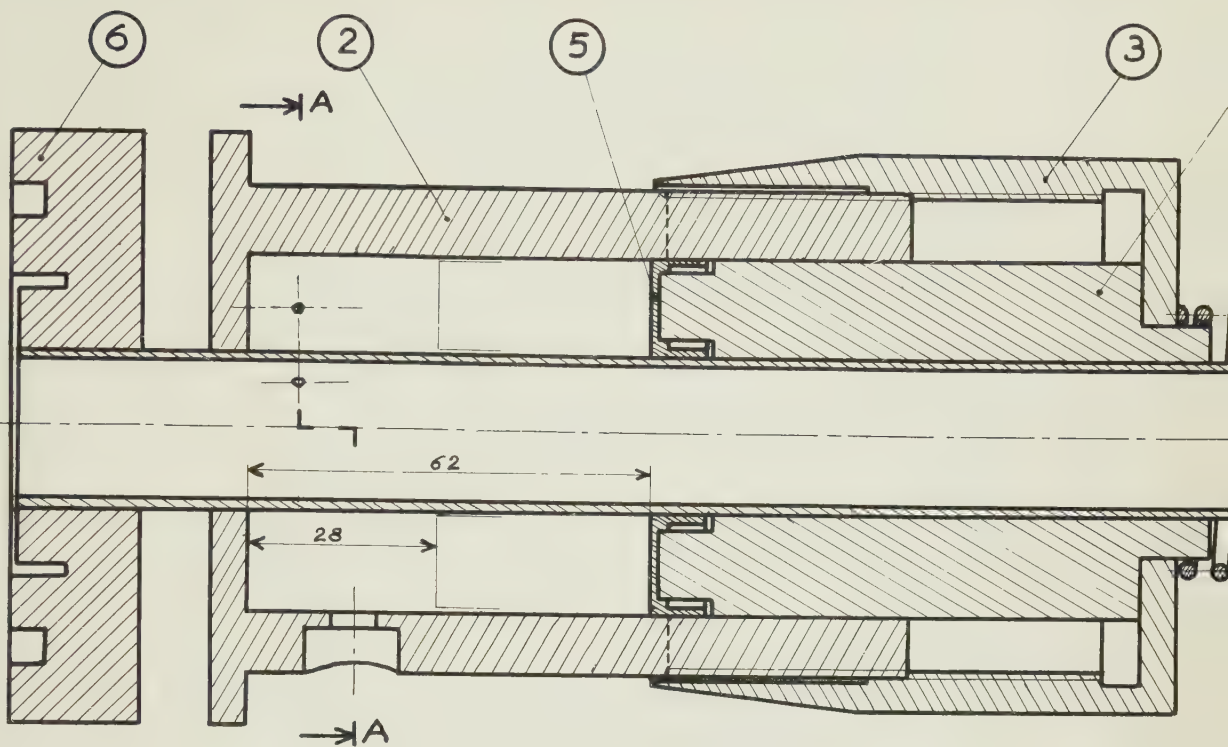
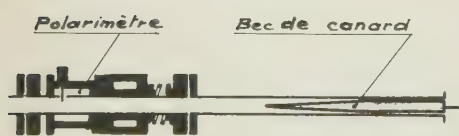
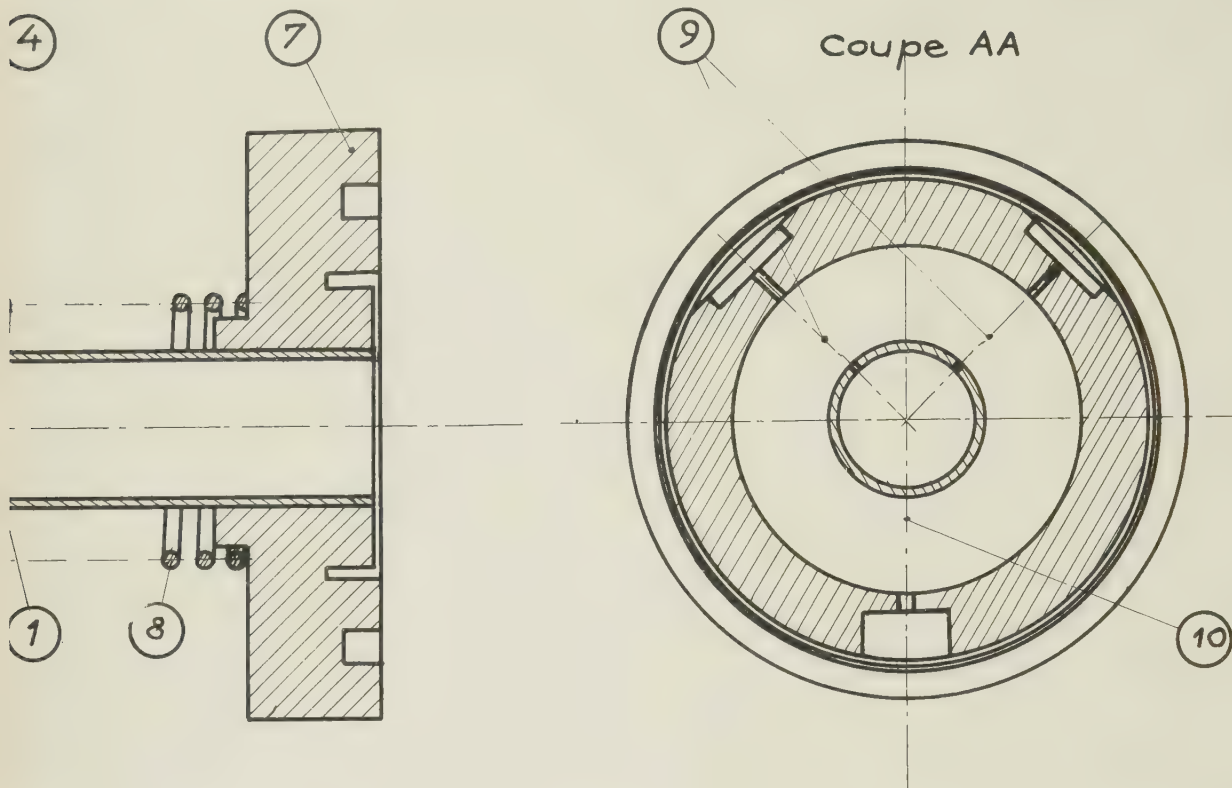


Figure 41



10	Support de cristal	110	1	sous-ensemble
9	Vis micrométrique	120	2	sous-ensemble
8	Ressort $d=3$ $D_m=40$ 11spires	108	1	xc65d
7	Bride appui de ressort	107	1	U-Z36
6	Bride	106	1	U-Z36
5	Piège à ondes	105	1	U-Z36
4	Piston	104	1	U-Z36
3	Vernier	103	1	U-Z36
2	Cylindre	102	1	U-Z36
1	Guide d'ondes	101	1	U

dessiné le 20-12-60

Rp Désignation dessin Nb Matière

POLARIMÈTRE À CAVITÉ UNIQUE $\lambda_{\text{moy}} = 3,2 \text{ cm}$

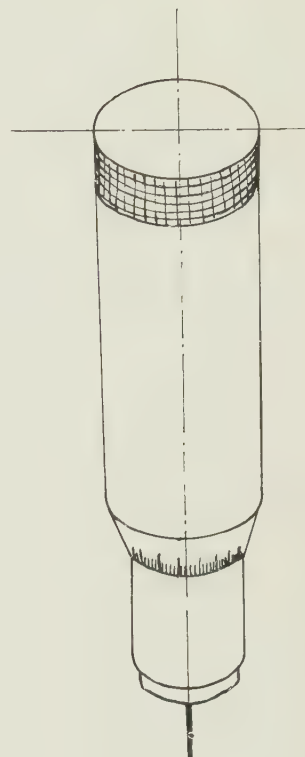
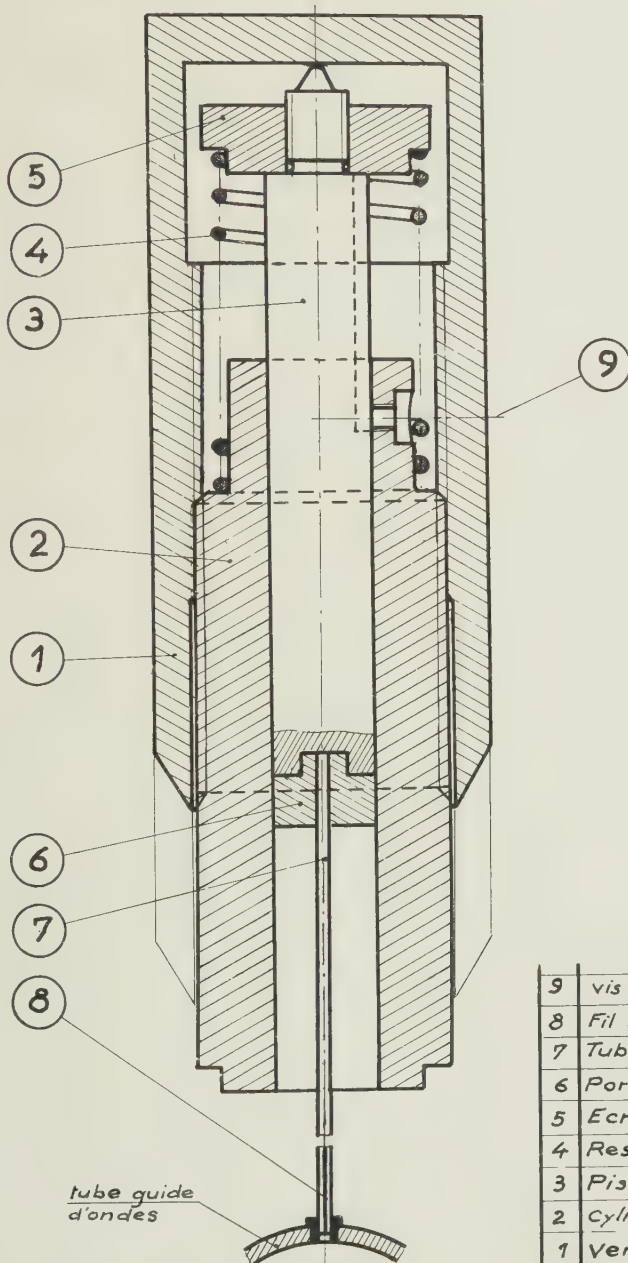
CAVITÉ COAXIALE
ensemble

Échelle : 1

Plan
N° 100

Thèse soutenue par
M^r R. FANGUIN

Figure 42



9	vis C2.3 à téton	N.F.	2
8	Fil l=16 d=0,05		2 U-9c
7	Tube capillaire	127	2 Verre
6	Porte-antenne	126	2 Plexiglass
5	Ecrou de réglage	125	2 A37
4	Ressort d=15 Dm=15,5 6 spires	124	2 XC 65d
3	Piston	123	2 U-Z 36
2	Cylindre	122	2 U-Z 36
1	Vernier	121	2 U-Z 36
Rp	Désignation	dessin	Nb Matière

dessiné le 10-12-1960

POLARIMÈTRE À CAVITÉ UNIQUE $\lambda_{\text{moy}} \approx 3,2 \text{ cm}$

Vis micrométrique de réglage
d'enfoncement d'antenne
2 sous-ensembles N° 120

Echelle 2 Plan N° 120

Thèse soutenue par
M^{re} R. FANGUIN

AMPLIFICATEUR DIFFERENTIEL DE SORTIE DU POLARIMETRE A PENOMBRE

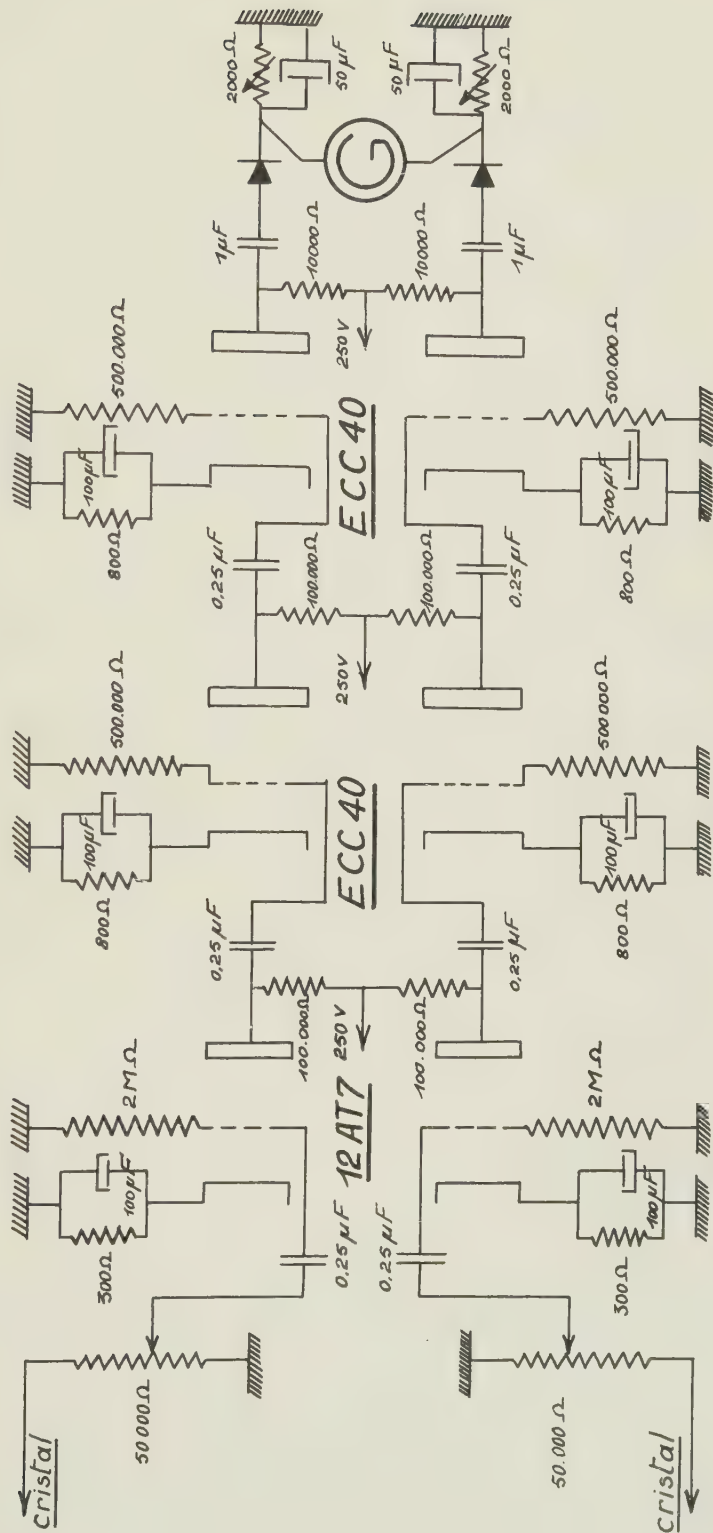


Figure 43

CHAPITRE QUATRIEME

LES RESULTATS EXPERIMENTAUX

§ I - EXPERIENCES ET RESULTATS SOMMAIRES CONCERNANT UNE ETUDE SUR LES HELICES RESONNANTES DANS LA BANDE DES 3 cm DE LONGUEUR D'ONDE

§ II - LA DISPERSION ROTATOIRE DUE A L'EFFET FARADAY - RESULTATS EXPERI- MENTAUX CONCERNANT UN CERTAIN NOMBRE DE COMPOSES PARAMAGNETIQUES

- 1°) - L'effet Faraday dans les substances paramagnétiques
- 2°) - Les substances paramagnétiques étudiées
- 3°) - La conduite des expériences
- 4°) - Les résultats expérimentaux concernant certains composés des
éléments de transition Mn^{++} , Fe^{+++} , Cr^{+++}
- 5°) - Les résultats concernant certains composés du groupe I_B du ta-
bleau de Mendelejeff
 - a)- Résultats concernant des composés du Cu^{++}
 - b)- Préparation des composés de l' Ag^{++} et résultats expérimen-
taux
 - c)- Résultats négatifs concernant l'existence d'un oxyde d' Au^{++}

§ III - QUELQUES EXPERIENCES REALISEES AVEC LE POLARIMETRE A DOUBLE EXCITATION

- 1°) - Conduite des mesures
- 2°) - Résultats concernant le sulfate de manganèse
- 3°) - Expériences sur les liquides
- 4°) - Etude des cylindres de quartz taillé parallèlement à l'axe.

§ I - EXPERIENCES ET RESULTATS SOMMAIRES CONCERNANT UNE ETUDE SUR LES
HELICES RESONNANTES DANS LA BANDE DES 3 cm DE LONGUEUR D'ONDE :

Le prix du matériel ultrahertzien et les diverses réalisations que nécessite la mise en oeuvre d'un banc complet de polarimétrie, nous ont amenés dans nos premières expériences , à n'utiliser qu'un matériel restreint et peu coûteux.

Notre générateur d'onde était constitué par un klystron réflech provenant de matériel déclassé à la production. Bien que fonctionnant normalement quant à sa puissance et sa stabilité en fréquence, il ne nous permettait qu'une excursion relativement restreinte dans le domaine des longueurs d'onde. La bande de fréquences couverte par le générateur a donc limité le champ de nos expériences.

R. SERVANT et P. LOUDETTE ont étudié dès 1951 (28), (29), (30), (31) les effets rotatoires engendrés par les hélices résonnantes à 2000 MHz.

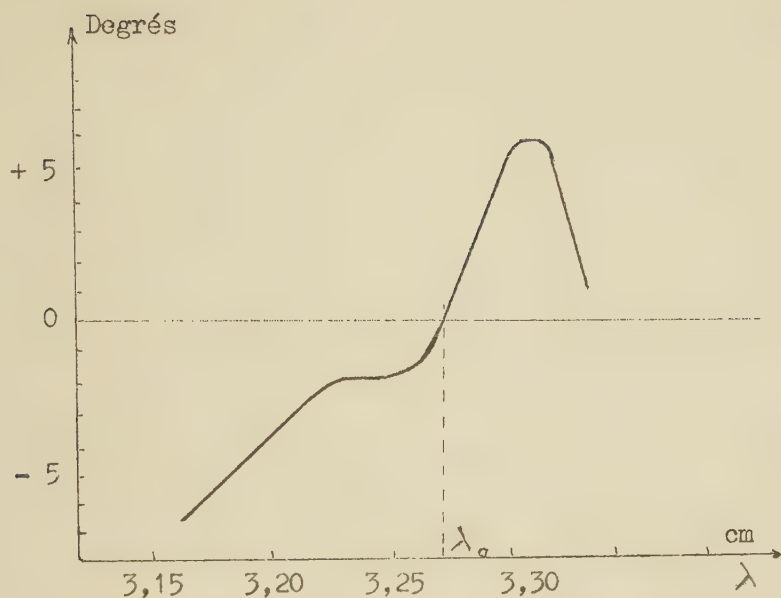
Ces études ont été poursuivies à Bordeaux (32), (33), (34) jusqu'en 1956.

La thèse de P. LOUDETTE fait , à cette date , le point des résultats acquis dans ce domaine.

Dans le même temps, nous avons étudié, à l'aide du dispositif polarimétrique à pénombre, le comportement d'une hélice résonnante dans la bande des 3 cm (35), (36).

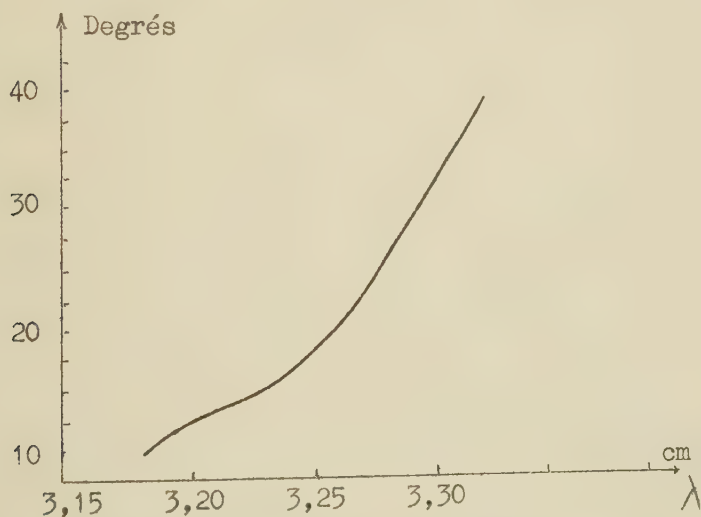
Nous n'avons pas poursuivi nos recherches dans ce domaine aussi ne citerons-nous , pour mémoire, que les résultats partiels obtenus dans deux séries d'expériences sur ce sujet.

- Nous avons tout d'abord placé l'hélice monospire dans le guide de telle manière que son axe soit confondu avec l'axe du guide lui-même. La position de la coupure de l'anneau correspondait à la direction de la vibration de l'onde polarisée . Dans ces conditions, nous avons observé comme R. SERVANT et P. LOUDETTE, que la rotation du plan de polarisation changeait de signe pour une longueur d'onde λ_0 (Figure 44). Ce phénomène est accompagné d'une légère ellipticité de la vibration.

- Figure 44 -

En abscisse :
longueur d'onde en
cm ; en ordonnée :
rotation du plan de
polarisation en de-
grés.

- Dans le second cas , nous avons placé l'axe de l'hélice perpendiculairement à l'axe du guide et à 45° du champ électrique . Nous avons obtenu alors une ellipticité équivalente représentée par la figure 45 , l'axe de la vibration restant pratiquement fixe quand la longueur d'onde varie.

- Figure 45 -

En abscisse :
longueur d'onde en
cm ; en ordonnée :
ellipticité équiva-
lente en degrés.

§ II - LA DISPERSION ROTATOIRE DUE A L'EFFET FARADAY - RESULTATS EXPERIMENTAUX CONCERNANT UN CERTAIN NOMBRE DE COMPOSES PARAMAGNETIQUES :

Nous avons étudié expérimentalement la rotation du plan de polarisation d'ondes centimétriques traversant diverses substances paramagnétiques soumises à une excitation magnétique parallèle à la direction de propagation de ces ondes . Nous avons effectué ces expériences à 3,2 cm de longueur d'onde pour des excitations magnétiques variant de 1000 à 4500 Oersteds.

1°) - L'effet Faraday dans les substances paramagnétiques :

L'historique des recherches sur les anomalies de dispersion rotatoire paramagnétique a été faite par R. SERVANT ^(36').

KASTLER ⁽³⁷⁾ a envisagé théoriquement l'effet Faraday présenté par les sels paramagnétiques dans les conditions de résonance magnétique. Il a proposé l'étude d'un tel effet par la polarisation rotatoire qui permet d'utiliser la grande sensibilité des méthodes polarimétriques.

Les anomalies d'effet Faraday ont fondamentalement pour origine le dichroïsme circulaire magnétique qui a été découvert par A. COTTON ^(37').

Une théorie élémentaire permet de prévoir l'anomalie de dispersion rotatoire qui est liée à l'effet Faraday ⁽³⁸⁾. Elle est fondée sur la théorie cinématique de Fresnel qui décompose une vibration rectiligne en deux vibrations circulaires tournant en sens inverses.

La résonance paramagnétique permet de justifier expérimentalement cette décomposition.

CHARRU ⁽³⁹⁾ a montré qu'une substance paramagnétique soumise à une excitation magnétique parallèle à la direction de propagation d'une onde circulaire, dans un guide également circulaire, ne présentait le phénomène de résonance que pour une vibration circulaire de sens bien déterminé.

Ainsi, une vibration rectiligne décomposée en deux vibrations circulaires de sens inverses voit ses deux composantes inégalement affectées lors de leur passage dans une substance paramagnétique en résonance.

On peut généralement considérer que la perméabilité magnétique d'une substance paramagnétique au voisinage de la résonance peut s'écrire sous la forme imaginaire :

$$\mu^* = 1 + 4\pi (\chi' + j\chi'')$$

expression dans laquelle les deux susceptibilités χ' et χ'' sont responsables l'une de la dispersion (χ'), l'autre de l'absorption (χ''). Elles sont fonctions à la fois de H et de f.

H est l'excitation magnétique continue et f la fréquence de l'onde.

Ces phénomènes peuvent être traités à partir de la théorie de BLOCH ⁽⁴⁰⁾ qui considère le mouvement de précession de moments magnétiques élémentaires dû à l'action combinée d'une excitation continue H, variable avec la fréquence, et d'une excitation alternative H_1 . Ce développement conduit à écrire :

$$\frac{\chi'}{\chi_H} = \frac{H (H - H^*)}{(H - H^*)^2 + H^{*2} / 4 \pi^2 f^2 T_2^2 + H_1^2 T_1 / T_2}$$

$$\frac{\chi''}{\chi_H} = \frac{H^{*2} / 2 \pi \nu T_2}{(H - H^*)^2 + H^{*2} / 4 \pi^2 f^2 T_2^2 + H_1^2 T_1 / T_2}$$

H^* est l'excitation magnétique à la résonance

T_1 et T_2 sont les temps de relaxation spin-milieu et spin-spin

χ_H est la susceptibilité statique du milieu, c'est-à-dire la susceptibilité en l'absence de résonance.

Nous appelons v^* la vitesse de l'onde circulaire qui produit la transition de résonance. Elle s'écrit :

$$v^* = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu^*}}$$

Nous appelons v' la vitesse de l'onde circulaire de sens inverse non affectée par la résonance.

La vitesse v^* tend vers la vitesse v' dès que l'on s'éloigne de l'excitation magnétique H^* . Le milieu paramagnétique devient progressivement isotrope pour les deux vibrations.

Nous écrivons alors :

$$v' = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}}$$

Cette vitesse est constante que la substance paramagnétique soit en état de résonance ou non. Nous admettrons, ce qui est pratiquement toujours le cas, que la constante diélectrique du milieu est la même pour les vibrations circulaires droite et gauche. Le milieu étant d'autre part peu magnétique, nous pourrions, en première approximation, considérer μ comme très voisin de 1.

Le rapport des indices correspondants s'écrit alors :

$$\frac{n^*}{n'} = \sqrt{\mu^*}$$

On a pour le module de μ^*

$$|\mu^*| = \sqrt{(1 + 4 \pi \chi')^2 + 4 \pi \chi''^2}$$

mais $4 \pi \chi''^2$ est négligeable devant $(1 + 4 \pi \chi')^2$

$$|\mu^*| \neq 1 + 4 \pi \chi'$$

soit

$$\sqrt{\mu^*} = \sqrt{1 + 4 \pi \chi'} \neq 1 + 2 \pi \chi' \quad \text{car } 2 \pi \chi' \text{ est petit devant l'unité.}$$

L'argument θ est également petit ; il vaut :

$$\theta = \frac{4 \pi \chi''}{1 + 4 \pi \chi'} \neq 4 \pi \chi''$$

On en déduit :

$$\frac{n^*}{n'} = (1 + 2 \pi \chi') \left(\cos \frac{\theta}{2} + j \sin \frac{\theta}{2} \right)$$

et en négligeant le second ordre

$$\frac{n^*}{n'} = (1 + 2 \pi \chi') (1 + j 2 \pi \chi'')$$

Le produit $\chi' \chi''$ est aussi du second ordre , de telle sorte que l'on peut finalement écrire :

$$\boxed{\frac{n^*}{n'} = (1 + 2 \pi \chi') + j 2 \pi \chi''}$$

L'indice de réfraction de la substance est représenté par le coefficient réel de l'indice ⁽⁴¹⁾, c'est-à-dire par

$$\left(\frac{n^*}{n'} \right)_{\text{réel}} = 1 + 2 \pi \chi'$$

soit, en remplaçant χ' :

$$\left(\frac{n^*}{n'} \right)_{\text{réel}} = 1 + 2 \pi \chi_H \frac{H (H - H^*)}{(H - H^*)^2 + H^{*2} / 4 \pi^2 f^2 T_2^2 + H_1^2 T_1 / T_2}$$

La différence de phase entre les circulaires droit et gauche est :

$$\Delta \varphi = \frac{2 \pi \mathcal{L}}{\lambda} (n^* - n') = \frac{2 \pi \mathcal{L}}{\lambda / n'} \left(\frac{n^*}{n'} - 1 \right)$$

$\frac{\lambda}{n'}$ est la longueur d'onde dans le milieu paramagnétique ; nous la prendrons comme unité de longueur et nous pourrons écrire que la différence de phase par unité de longueur d'onde est :

$$\Delta \varphi = 4 \pi^2 \chi_H \frac{H (H - H^*)}{(H - H^*)^2 + H^{*2} / 4 \pi^2 f^2 T_2^2 + H_1^2 T_1 / T_2}$$

Il en résulte , d'après la théorie cinématique de Fresnel, une rotation du plan de polarisation par unité de longueur d'onde :

$$\Theta_\lambda = \frac{\Delta \varphi}{2} = 2 \pi^2 \chi_H \frac{H (H - H^*)}{(H - H^*)^2 + H^{*2} / 4 \pi^2 f^2 T_2^2 + H_1^2 T_1 / T_2}$$

Cette expression nous montre que l'effet Faraday se présente sous la forme d'une courbe de dispersion . Le raisonnement que nous avons fait suppose une propagation par ondes planes dans un milieu indéfini.

Nous avons déjà montré que dans un guide circulaire , à condition de n'être pas trop éloigné de l'axe , on pouvait considérer la transmission de l'onde comme celle d'une onde plane uniforme dans un espace libre d'indice λ / λ_g .

Nous pouvons donc , en première approximation, considérer la formule précédente comme encore valable à condition, toutefois, de placer la substance au voisinage de l'axe du guide circulaire.

Pour une longueur l de substance traversée , l'effet Faraday sera d'autant plus important que la longueur d'onde dans le guide sera plus courte ce qui découle directement de la définition de Θ_λ .

J. SOUTIF-GUICHERD a étudié l'effet Faraday en guide circulaire à partir des composantes tensorielles de μ et χ obtenues par POLDER⁽¹⁴⁾. Cette théorie montre que la rotation nulle n'est pas obtenue exactement pour le champ de résonance mais qu'elle est décalée d'une quantité ΔH_r dépendant de T_2 ; donc , pour un même ion , ΔH_r dépend du type de sel dans lequel il est engagé.

2°) - Les substances paramagnétiques étudiées :

Nous avons entrepris une série d'expériences sur la rotation Faraday avec un certain nombre de corps paramagnétiques dans la bande des 3 cm.

A la suite de GOZZINI , nous avons renouvelé ses expériences sur le sulfate de manganèse, puis nous avons poursuivi les recherches déjà effectuées

sur le chrome , par l'étude du sesquioxyde de chrome et du sulfate de chrome vert.

Nous avons mis en évidence l'effet Faraday sur le fer (Fe^{+++}) dans le sulfate, l'acétate, le chlorure et le nitrate ferrique ⁽⁴²⁾.

Nous avons enfin étudié les propriétés paramagnétiques du groupe cuivre-argent-or ⁽⁴³⁾.

Un certain nombre de travaux concernant l'effet Faraday ont été réalisés dans divers domaines de longueurs d'onde par J. SOUTIF-GUICHERD en France ⁽⁴⁴⁾ ⁽¹⁴⁾, par RYTER, LACROIX et EXTERMANN en Suisse ⁽⁴⁵⁾, par GOZZINI en Italie ⁽¹¹⁾ et par NEPRIMEROV en U.R.S.S. ⁽⁴⁶⁾ ⁽⁴⁷⁾ ⁽⁴⁸⁾.

3°) - La conduite des expériences :

L'ensemble des résultats qui suivent a été obtenu avec le polarimètre à pénombre pour la longueur d'onde de 3,2 cm.

La substance à étudier était placée dans un tube de verre fin dont le diamètre intérieur est de l'ordre de 6 mm. Ce tube était maintenu dans l'axe du guide circulaire solidaire de l'électroaimant solénoïdal par deux rondelles de plexiglas d'épaisseur 3 mm environ.

Le banc de polarimétrie comporte tous les éléments que nous avons déjà décrits, hormis le système quart d'onde.

Le klystron fonctionnait par impulsions carrées à la fréquence de 240 Hz.

La sortie du polarimètre était branchée sur l'amplificateur symétrique dont nous avons donné le plan dans le chapitre précédent.

Par ailleurs , nous avons déjà montré que le courant d'écart relevé par le galvanomètre était de la forme :

$$i = KE^2 \sin 2 \theta$$

La rotation Faraday étant généralement faible, on peut écrire

$$i = KE^2 . 2 \theta$$

Il est alors possible d'effectuer un étalonnage du galvanomètre en rotation autour de sa position d'équilibre pour $i = 0$.

Dans les meilleures conditions, nous avons pu apprécier une rotation d'angle de l'ordre de la minute.

La formule précédente suppose que E reste constant au cours de toute la mesure . Ce n'est pas rigoureusement vérifié car la résonance se manifeste, non seulement par l'effet Faraday , mais aussi par une absorption d'énergie fonction de l'excitation magnétique $a(H)$ qui affecte le vecteur $\vec{E}$.

Il faudrait écrire :

$$i = K (E - a(H))^2 \cdot 2\theta$$

mais la fonction $a(H)$ est petite devant E ; il en est de même de la rotation θ , il en résulte que , au second ordre près , la formule $i = KE^2 \cdot 2\theta$ reste encore valable.

En conclusion, les résultats obtenus avec le polarimètre immobile ne tiennent pas compte de l'absorption, phénomène généralement secondaire dans ce domaine.

On effectue les mesures par excitations magnétiques décroissantes afin d'éviter en fin de manipulation un accroissement trop important de la résistance ohmique de l'électroaimant solénoïdal, par suite de la variation de température , ce qui limiterait ses possibilités pour obtenir des excitations magnétiques élevées.

4°) - Résultats expérimentaux concernant certains composés des éléments de transition Mn^{++} , Fe^{+++} , Cr^{+++} :

Dans une première série d'expériences nous avons étudié :

le sulfate de manganèse	$Mn SO_4, H_2 O$	(figure 46)
l'acétate ferrique	$Fe_2 (CH_3 CO_2)_6$	(figure 47)
le sulfate ferrique	$Fe_2 (SO_4)_3$	(figure 48)
le chlorure ferrique	$Fe_2 Cl_6, 12 H_2 O$	(figure 49)
le nitrate ferrique	$Fe (NO_3)_3, 9 H_2 O$	(figure 50)
le sesquioxyde de chrome	$O_3 Cr_2$	(figure 51)
le sulfate de chrome vert	$Cr_2 (SO_4)_3, 11 H_2 O$	(figure 52)

Nous remarquerons une anomalie pour le nitrate ferrique dont la résonance a lieu pour une excitation magnétique H_r voisine de 2400 Oersteds alors que, pour l'ensemble des autres sels ferriques, la valeur de H_r est toujours supérieure à 3000 Oersteds.

SULFATE de Manganèse $\lambda = 3,2 \text{ cm.}$ $\ell = 25 \text{ cm.}$

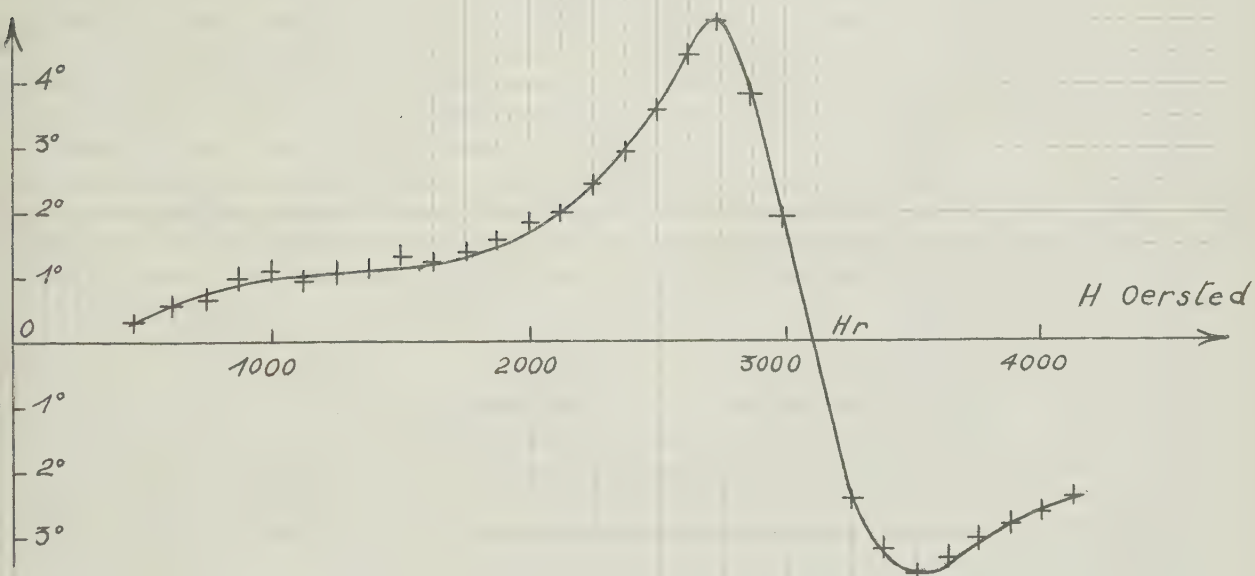


Figure 46

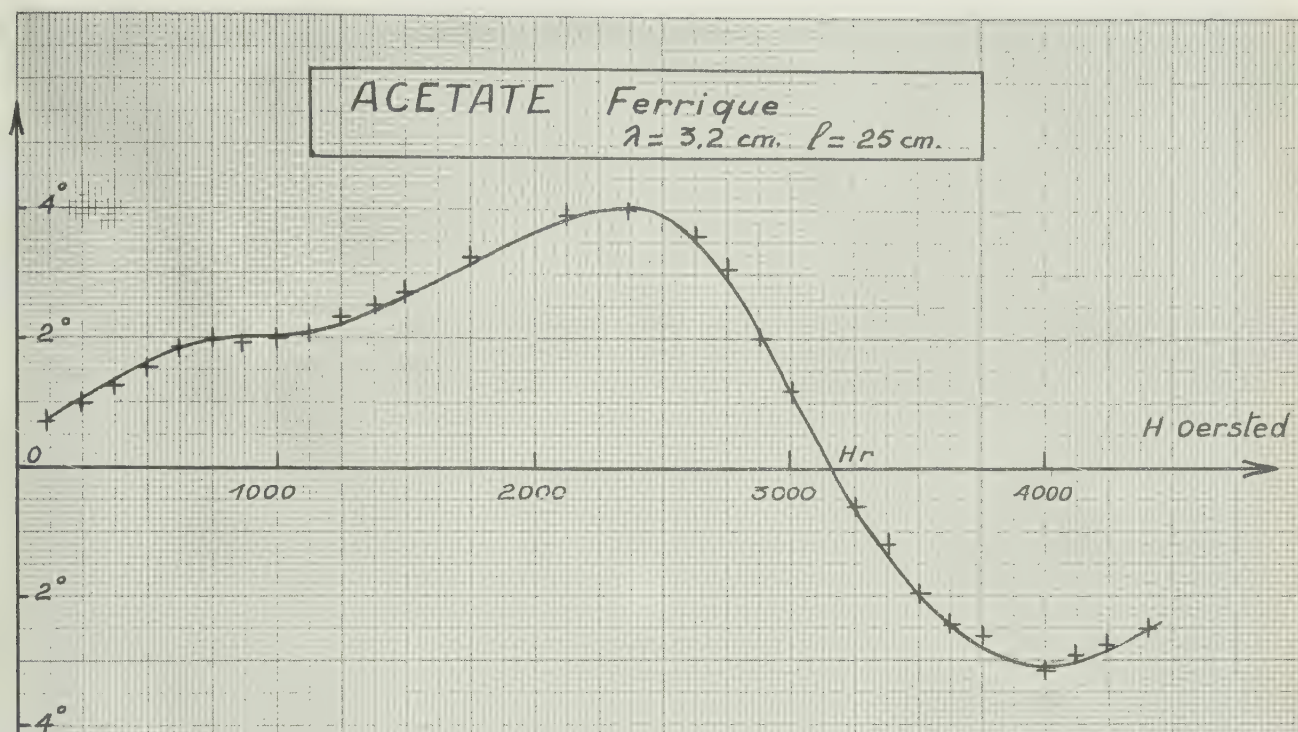


Figure 47

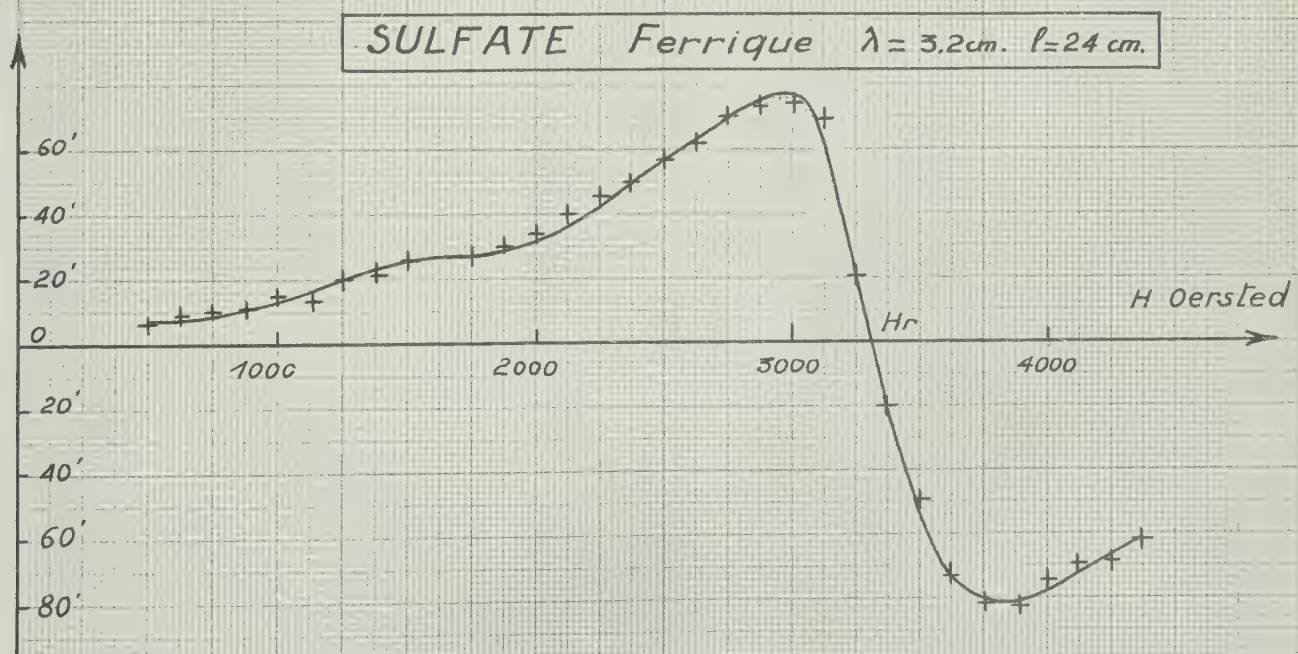


Figure 48

CHLORURE Ferrique

$\lambda = 3,2 \text{ cm.}$ $l = 26 \text{ cm.}$

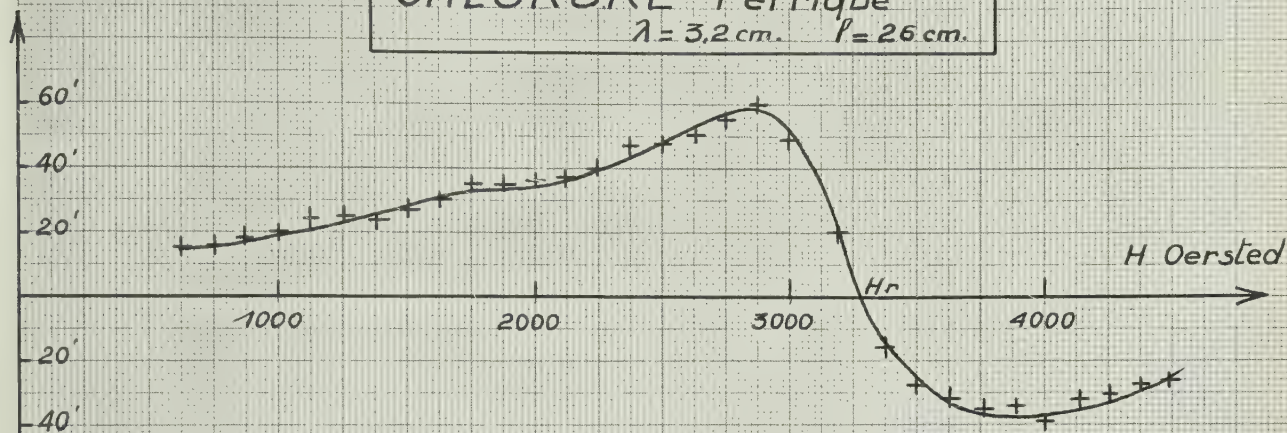


Figure 49

NITRATE Ferrique

$\lambda = 3,2 \text{ cm.}$ $l = 25 \text{ cm.}$

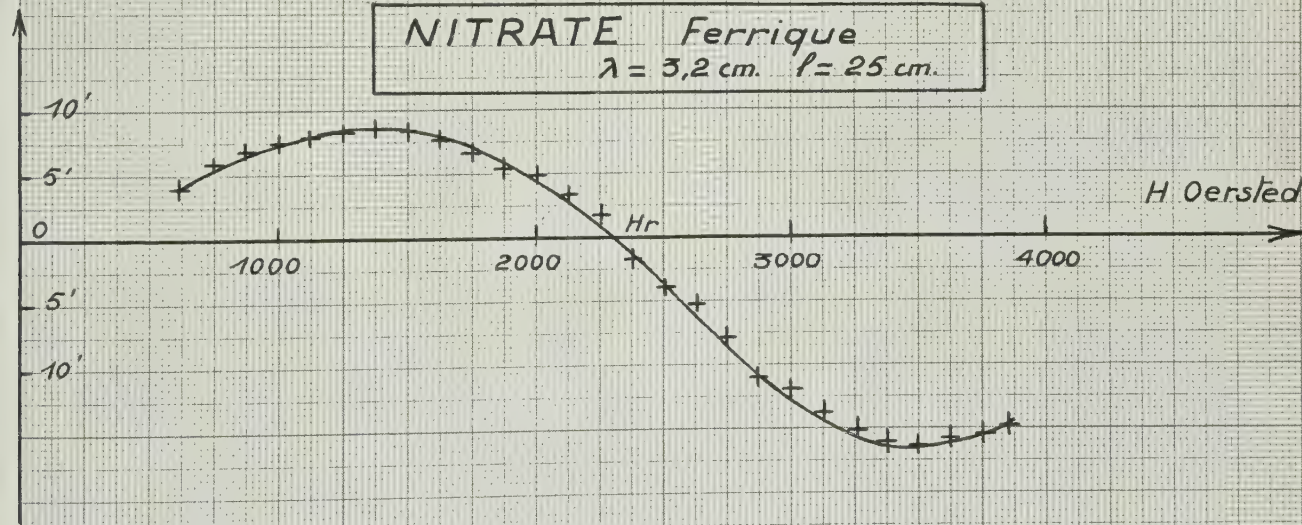


Figure 50

SESQUIOXYDE de Chrome

$\lambda = 3,2 \text{ cm.}$ $\rho = 10 \text{ cm.}$

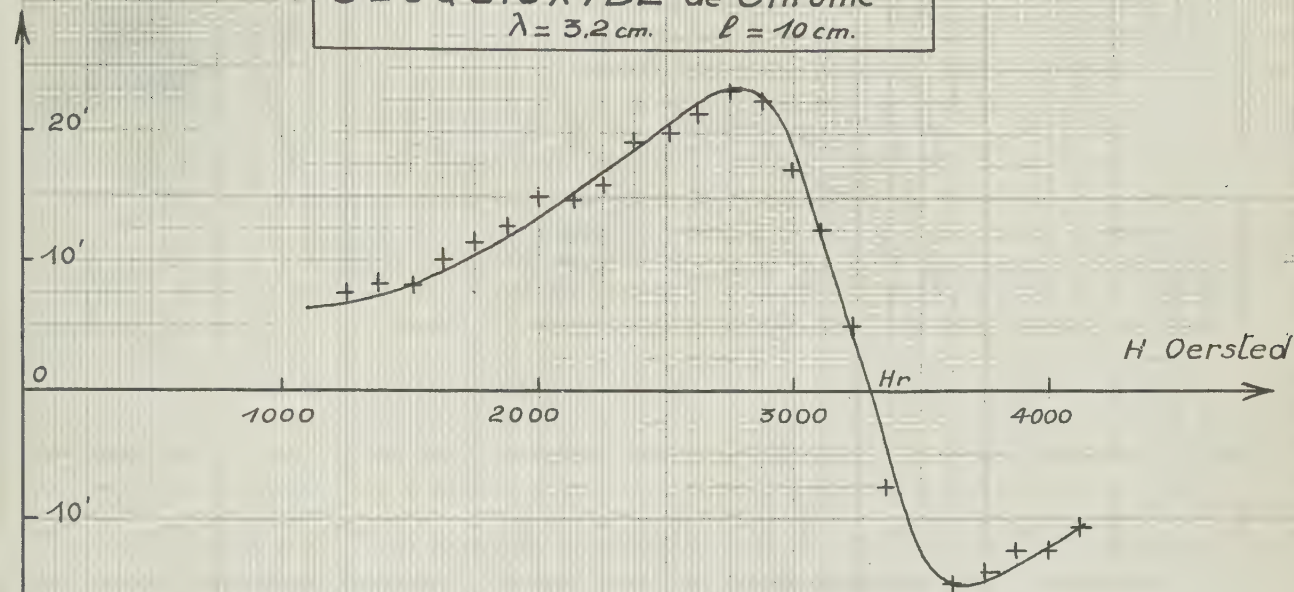


Figure 51

SULFATE de Chrome Vert

$\lambda = 3,2 \text{ cm}$ $\rho = 24,5 \text{ cm.}$

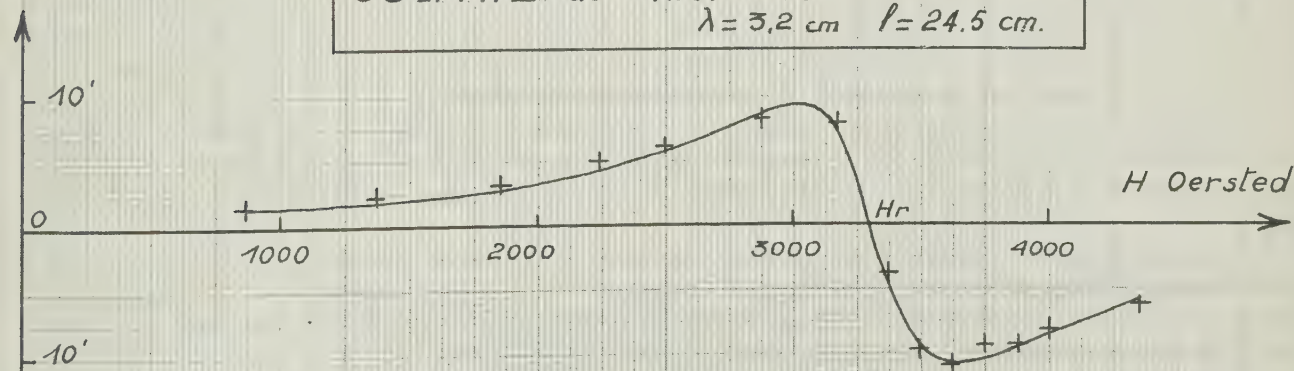


Figure 52

REMARQUE :

Nous avons également obtenu la courbe de rotation Faraday de la figure 46 par une méthode différente de celle décrite précédemment.

Nous avons introduit la substance dans une portion de guide circulaire muni, à ses extrémités, de deux iris distants de 14 cm et de diamètre 8 mm. Cette cavité, soumise à une excitation magnétique longitudinale, est placée sur le trajet de l'onde TE₁₁ et fonctionne par transmission.

À la résonance, l'onde effectue de multiples allers et retours entre les deux iris ⁽³⁷⁾, ce qui a pour effet d'augmenter la longueur de substance traversée par l'onde TE₁₁.

L'effet Faraday qui ne dépend pas du sens de propagation de l'onde se trouve ainsi multiplié par un facteur d'autant plus grand que le coefficient de surtension du volume résonnant est plus élevé.

L'expérience nous a montré que dans le cas du sulfate de manganèse la longueur de substance traversée pouvait être réduite dans le rapport de 1 à 5, tout en conservant la même intensité de signal.

5°) - Résultats concernant certains composés du groupe I_B
du tableau de Mendelejeff :

Dans une deuxième série d'expériences, nous avons étudié les éléments du groupe I_B. Du fait de leur structure électronique, le cuivre, l'argent et l'or, bien que n'étant pas, à proprement parler, des éléments de transition, peuvent néanmoins donner des composés paramagnétiques. En effet l'examen de leurs couches électroniques montre que ces éléments deux fois ionisés possèdent dans leur édifice atomique, un électron non apparié.

Cu : $1s^2, 2s^2, 2p^6, 3s^2, 3p^6, 3d^{10}, 4s^1$

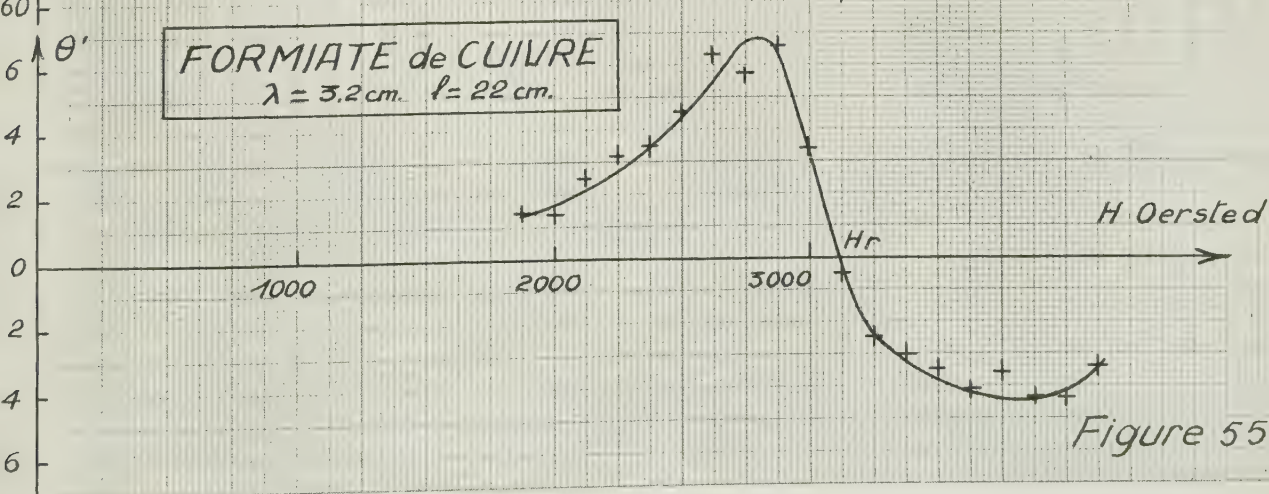
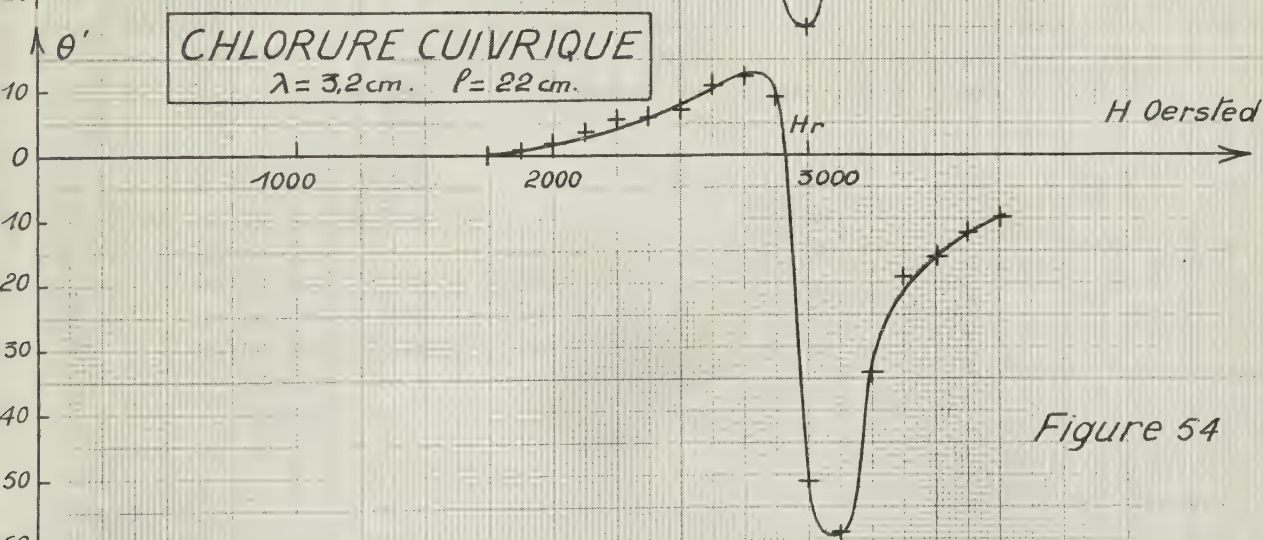
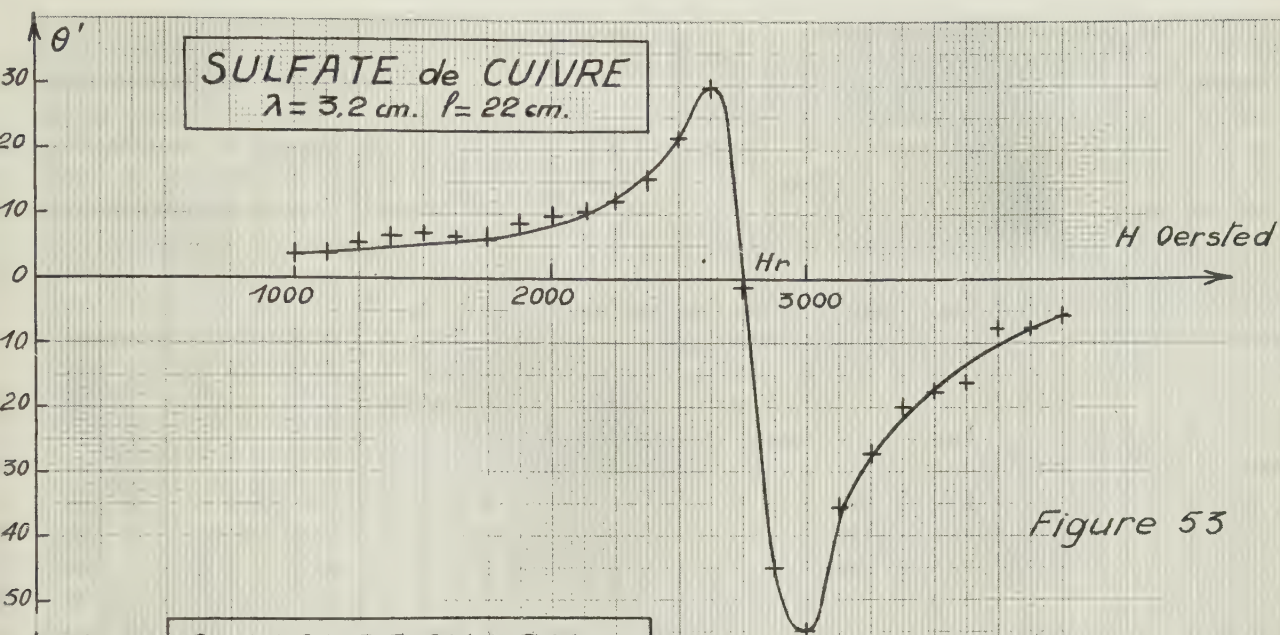
Ag : $1s^2, 2s^2, 2p^6, 3s^2, 3p^6, 3d^{10}, 4s^2, 4p^6, 4d^{10}, 5s^1$

Au : $1s^2, 2s^2, 2p^6, 3s^2, 3p^6, 3d^{10}, 4s^2, 4p^6, 4d^{10}, 4f^{14}, 5s^2, 5p^6, 5d^{10}, 6s^1$

Les niveaux de base des éléments Cu⁺⁺, Ag⁺⁺ et Au⁺⁺ sont respectivement : $3d^9, 4d^9$ et $5d^9$.

a) - Résultats concernant des composés du Cu⁺⁺ :

Nous avons étudié l'ion cuivrique dans les composés suivants :



sulfate de cuivre $\text{Cu SO}_4, 5 \text{ H}_2 \text{ O}$ (figure 53)

chlorure cuivrique $\text{Cu Cl}_2, 2 \text{ H}_2 \text{ O}$ (figure 54)

formiate de cuivre $\text{Cu (H COO)}_2, 2 \text{ H}_2 \text{ O}$ (figure 55)

b) - Préparation des composés de Ag^{++} et résultats expérimentaux :

Les complexes d' Ag^{++} sont d'usage peu courant et les difficultés rencontrées pour se les procurer nous ont conduits à effectuer nous-mêmes la préparation de ces composés.

- Préparation du complexe:acide picolinique-argent.

Les solutions composantes sont préparées avec de l'eau distillée refroidie dans un bain d'eau et de glace.

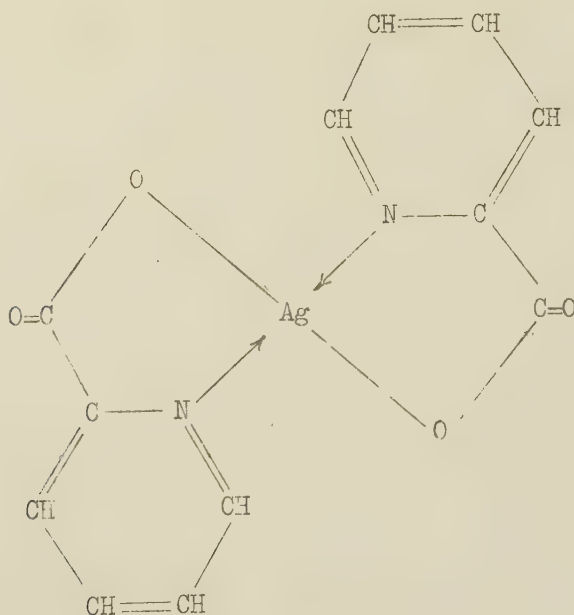
On prépare une solution de 1,7 g de nitrate d'Ag dans 50 cc d'eau distillée . On ajoute alors une solution de 3,7 g d'acide picolinique dissout avec 2,5 g de carbonate de soude dans 50 cc d'eau.

Le complexe est obtenu par addition d'une solution de 2 g de persulfate de potassium dans 60 cc d'eau distillée.

On a avantage à effectuer l'ensemble de ces opérations au voisinage de zéro degré.

On voit alors apparaître lentement un précipité brun chocolat qui se présente sous la forme de longues aiguilles rouges visibles au microscope.

Le complexe ainsi formé constitue un chélate d'argent. Sa formule est (49) :



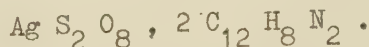
On sèche ensuite les cristaux dans un dessiccateur à vide sulfurique en évitant, par la suite, une trop longue exposition à la lumière.

- Préparation du complexe : persulfate double d'orthophénanthroline et d'argent.⁽⁵⁰⁾

Nous traitons une solution de nitrate d'argent par une solution aqueuse en quantité bimoléculaire d'orthophénanthroline; il se forme un précipité incolore et gélatineux. Par addition de persulfate d'ammonium (l'emploi de ce dernier est préférable à celui du persulfate de potassium, en raison de sa plus grande solubilité), celui-ci devient rapidement brun rouge et se dépose, après un certain temps, en fins cristaux. Après essorage, le précipité est lavé d'abord avec de l'eau froide puis avec un mélange alcool-éther et placé dans un dessiccateur.

C'est une poudre brun chocolat, très stable, insoluble dans l'eau. Au microscope, elle présente un éclat cristallin irrégulier. Le rendement de la réaction est quantitatif; il est facile de précipiter les restes d'orthophénanthroline de ses solutions mères aqueuses sous forme de composé d'Ag⁺⁺ par addition de nitrate d'argent et de persulfate d'ammonium.

La formule de ce complexe est :



- Préparation du complexe : pyridine-argent.⁽⁵¹⁾

Nous préparons une solution de nitrate d'argent et nous ajoutons une solution saturée de persulfate de potassium jusqu'à virage au brun de la solution.

Nous ajoutons alors lentement la pyridine qui donne une coloration orangée. Un dépôt de même couleur apparaît et se dépose au fond du récipient de préparation. On attend une dizaine de minutes avant de filtrer; il ne faut pas attendre trop longtemps car le précipité est soluble dans un léger excès de pyridine. On sèche les cristaux au dessiccateur à vide sulfurique. Il faut éviter toute élévation de température car le produit se décompose vers 45° en donnant un composé blanc et dur.

La formule de ce complexe, pas très stable dans le temps, est :



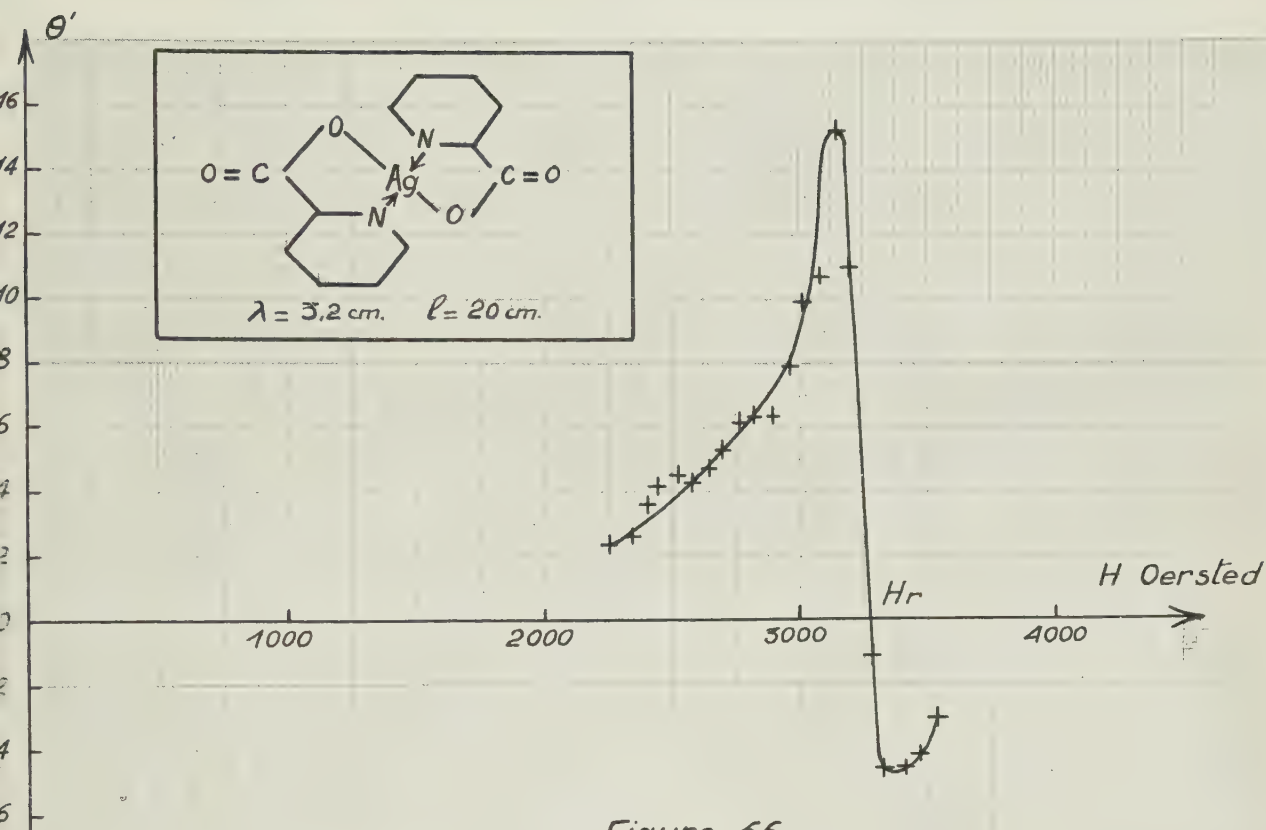


Figure 56

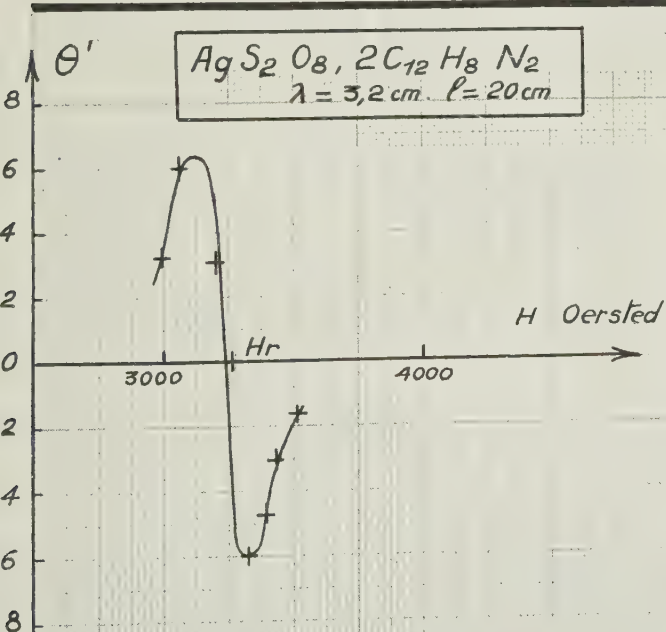


Figure 57

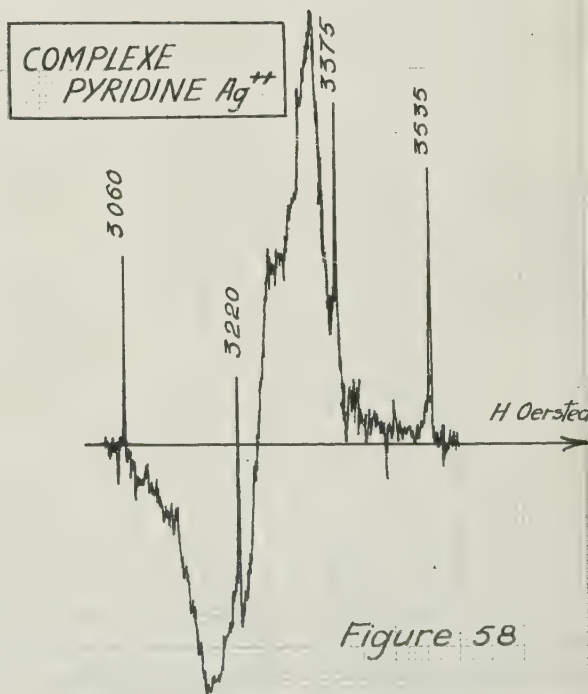


Figure 58

- Les résultats expérimentaux :

Nous n'avons pu obtenir la rotation Faraday que pour les deux premiers complexes (figures 56 et 57). Ces corps présentent la particularité d'avoir une raie de résonance beaucoup plus étroite que celle des composés cuivriques.

Le complexe pyridine-argent ne nous a pas permis de mesurer une rotation appréciable. Il est très difficile de sécher complètement le produit. L'eau résiduelle augmente considérablement l'absorption des ondes et, de ce fait, rend l'expérience très difficile et très peu sensible.

Nous avons pu cependant observer sa résonance dans un spectrographe à résonance paramagnétique électronique (52).

Nous donnons, figure 58, la courbe d'enregistrement obtenue. Ce tracé correspond à la dérivée de la courbe d'absorption et ne doit pas être confondu avec une courbe de rotation Faraday.

c) - Résultats négatifs concernant l'existence d'un oxyde d'Au⁺⁺:

L'existence de composés d'Au⁺⁺ est très discutée; certaines méthodes concernant la préparation d'un oxyde AuO ont cependant été avancées (53).

Les différents essais que nous avons tentés dans ce domaine ne nous ont donné aucun résultat que ce soit au polarimètre, pour l'effet Faraday, ou au spectrographe à résonance électronique, pour l'absorption. Il semble donc que nous devons conclure à la non existence des composés d'Au⁺⁺ (54).

§ III - QUELQUES EXPERIENCES REALISEES AVEC LE POLARIMETRE A DOUBLE EXCITATION

D'une manière générale, nous n'avons pas employé d'amplificateur à la sortie du polarimètre, ce qui nous a permis de choisir un fonctionnement continu du klystron avec stabilisation en fréquence.

1°) - Conduite des mesures :

Nous avons employé la méthode, déjà indiquée dans l'étude générale du polarimètre, comportant deux pointés à environ 90° l'un de l'autre. Dans cette opération, on a avantage à laisser le polarimètre fixe et à faire tourner la vibration incidente par l'intermédiaire de l'ensemble solidaire du klystron.

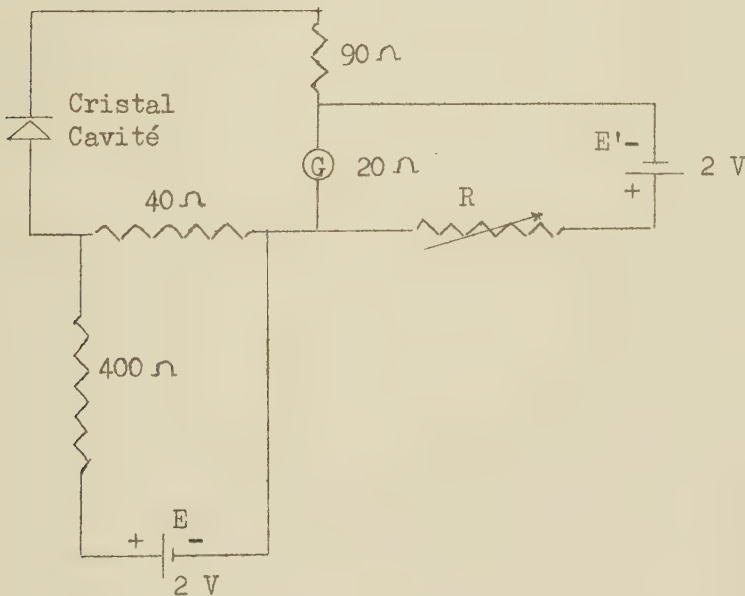
Un seul joint tournant est alors nécessaire ce qui réduit au minimum les difficultés qu'entraînent toujours les bons contacts entre pièces mobiles.

Il est nécessaire, dans le cas de l'étude de la rotation Faraday, de s'assurer que l'excitation magnétique ne varie pas au cours des deux pointés par suite de l'échauffement de l'électroaimant.

Il est possible d'améliorer simplement la sensibilité des mesures, d'une part en polarisant le cristal par un courant extérieur et, d'autre part, en employant une méthode d'opposition plus précise et mieux adaptée à la comparaison de deux courants égaux.

L'énergie que reçoit le polarimètre est toujours atténuée par la traversée de la substance étudiée.

Dans ces conditions, le cristal détecteur fonctionne toujours à bas niveau et sa sensibilité est très faible. Une polarisation convenable de ce dernier permet de l'augmenter d'une façon appréciable ⁽⁵⁵⁾.



- Figure 59 -

Nous avons donc réalisé le montage de la figure 59.

L'accumulateur E réalise la polarisation du cristal.

L'accumulateur E', monté en opposition sur le galvanomètre, permet, grâce à la résistance variable R, d'amener le spot au zéro de la graduation.

La mesure est alors des plus simples.

On amène la vibration initiale dans la position correspondant à $\theta=0$; on règle la résistance R de manière à ramener le galvanomètre au zéro qui peut

être mis alors sur sa sensibilité maximale. On note l'indication du vernier.

On fait ensuite tourner la vibration initiale de manière à l'amener dans une position voisine de $\vartheta = \pi/2$ et donnant l'équilibre au zéro du galvanomètre, on note la nouvelle indication du vernier.

Nous savons que la moyenne des pointés ainsi effectués détermine la position de la vibration.

Nous avons pu obtenir une sensibilité de mesure telle qu'une rotation d'une minute corresponde à une déviation du galvanomètre de deux millimètres.

En appréciant le quart de division, il semble que l'on puisse obtenir une précision de l'ordre de 8 secondes d'angle mais l'instabilité du klystron ne nous permet pas d'obtenir cette limite et il ne nous a pas été possible d'avoir mieux que 50 secondes.

2°) - Résultats concernant le sulfate de manganèse :

Les mesures ont confirmé les premiers résultats que nous avons obtenus par une méthode moins précise ⁽⁵⁶⁾, ⁽¹⁶⁾.

La courbe est donnée par la figure 60.

Nous remarquerons que les rotations sont plus importantes que celles obtenues avec le polarimètre à pénombre. Ce fait est dû à ce que la courbe n'est pas affectée par l'absorption. Le polarimètre à double excitation donne ainsi une meilleure régularité de forme à la courbe de rotation.

3°) - Expériences sur les liquides :

A la suite des expériences que nous avons effectuées sur le pinène lévogyre ⁽⁵⁷⁾, nous avons repris cette étude avec le polarimètre à double excitation.

Dans le but de préciser certains points et surtout de laisser le plus grand nombre possible de paramètres fixes, nous n'avons plus opéré avec une longueur de pinène constante et une fréquence variable, mais avec une longueur variable et une fréquence constante.

Dans ces conditions, et à une fréquence pour laquelle le liquide est supposé actif, on est en droit de penser qu'il existe une loi de proportionnalité entre la rotation et la longueur de liquide traversé.

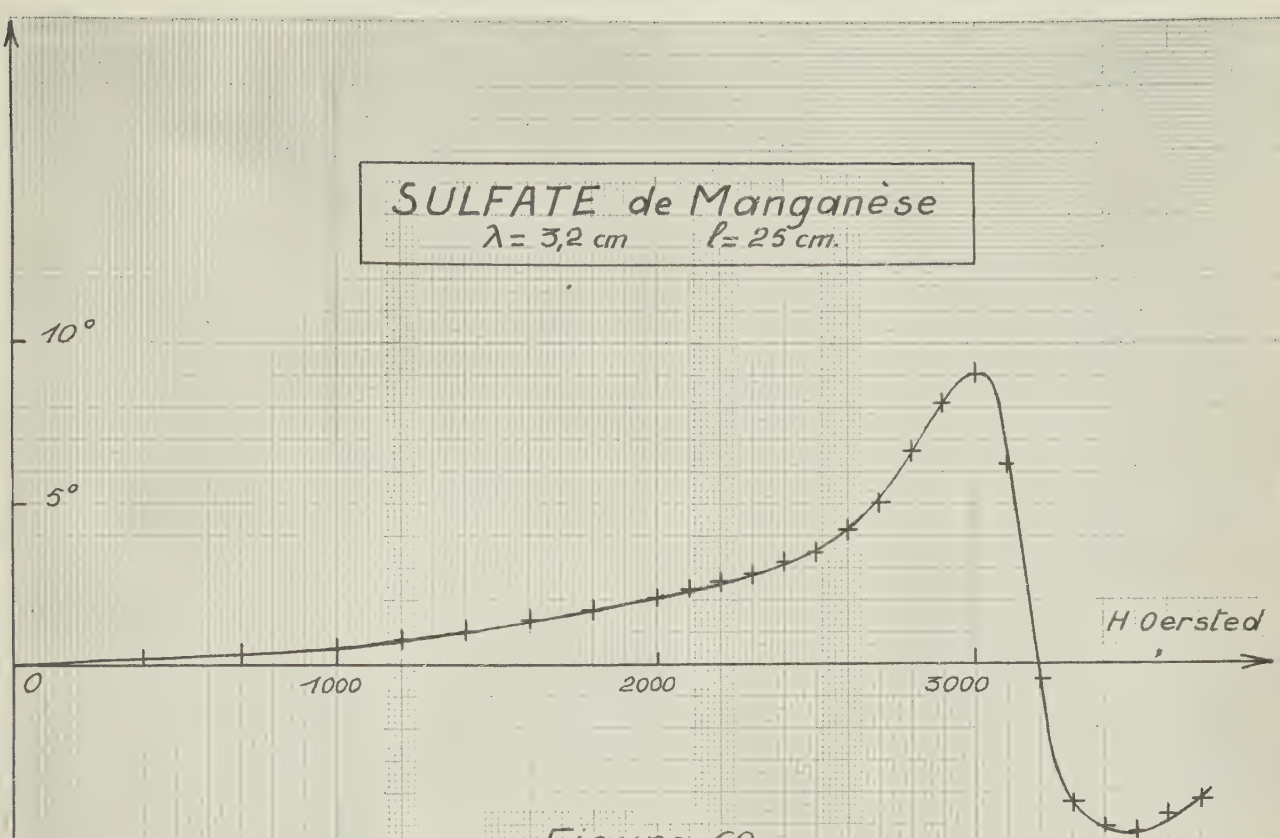


Figure 60

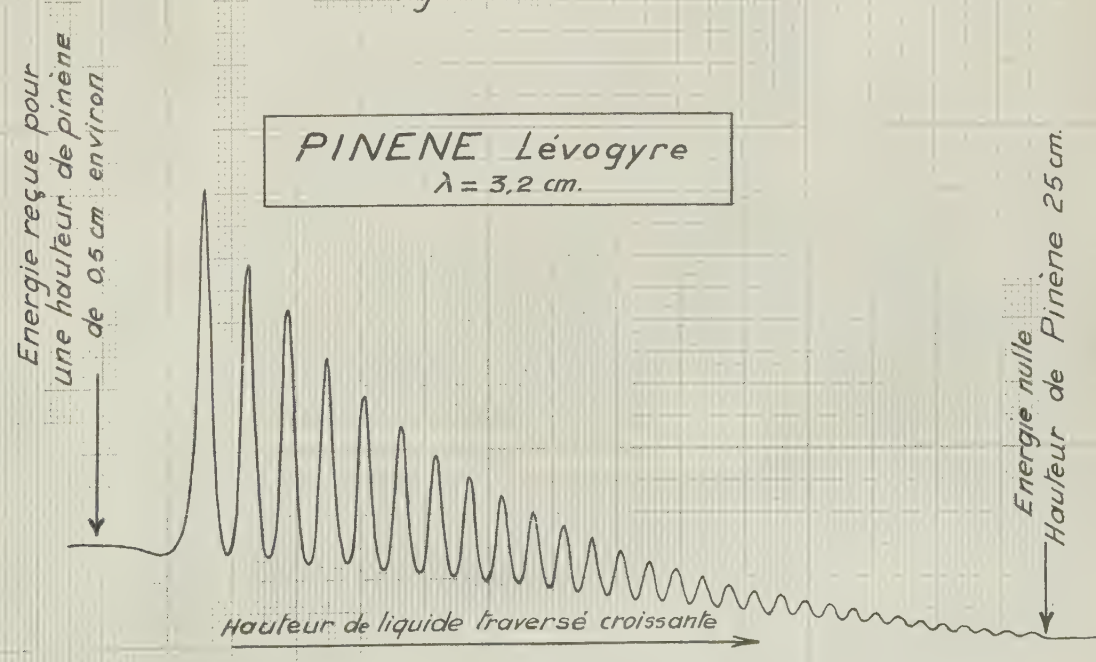


Figure 61

En recommençant pour différentes fréquences , on devrait obtenir une série de valeurs du "coefficient de rotation" dont la courbe représentative aurait l'allure de la courbe de rotation obtenue avec une longueur de liquide constante et une fréquence variable.

De même, on devrait s'attendre à une atténuation de puissance au niveau des antennes du polarimètre proportionnelle à la longueur de pinène traversé.

Nous avons donc envisagé de vérifier l'ensemble de ces hypothèses.

Afin de pouvoir faire varier la longueur de liquide traversé d'une façon continue , sans avoir à intervenir constamment à l'intérieur du guide circulaire, nous avons monté le banc de polarimétrie verticalement.

Nous avons placé dans l'axe du guide un tube de verre dont l'extrémité inférieure fermée porte latéralement une tubulure en verre de faible diamètre communiquant avec l'extérieur.

Une colonne de verre graduée verticale est reliée, à sa partie inférieure , au tube précédent et à un robinet permettant l'écoulement du liquide. Les variations de hauteur de liquide, à l'intérieur du guide, sont lues directement sur la colonne graduée.

Ce montage ne nous a pas permis de mettre en évidence la rotation que nous avons observée avec le polarimètre à pénombre.

Dans le but d'expliquer ces résultats contradictoires , nous avons alors recherché quelle était l'allure de la courbe de puissance reçue par le polarimètre à double excitation au niveau de ses antennes en fonction de la longueur de liquide traversé . Contrairement à ce que nous attendions, l'atténuation de puissance n'est pas une fonction linéaire de l'épaisseur de liquide traversé (Figure 61).

Pour un liquide relativement peu absorbant comme le pinène, cette puissance varie dans de très larges proportions, soit en fonction de la hauteur de liquide traversé, soit en fonction de la fréquence.

Si, comme nous l'avons dit , il est possible d'équilibrer un polarimètre à pénombre dans un certain intervalle de puissance, il nous a été impossible de le faire dans un intervalle aussi important et inattendu que celui de l'expérience précédente.

Dans ces conditions , notre polarimètre à pénombre nous a donné des résultats qui dépendaient de la puissance reçue et il était impropre à mesurer correctement les rotations.

Le phénomène que nous avons observé doit donc être interprété comme une conséquence de l'absorption du liquide et certainement aussi comme le résultat d'un phénomène d'ondes stationnaires à l'intérieur de la colonne de liquide, mais non comme une rotation.

Pour illustrer ce qui précède, nous donnons l'enregistrement de la courbe de puissance reçue au niveau des antennes dans le cas d'un guide d'onde complètement rempli de pinène (Figure 61 - page 115).

Dans cette expérience nous avons laissé écouler lentement le liquide par son propre poids.

La hauteur initiale de liquide était de 30 centimètres . L'énergie reçue par l'enregistreur était alors nulle ; elle a commencé à apparaître pour une hauteur de pinène d'environ 25 centimètres.

Ensuite, elle est devenue de plus en plus grande en décrivant une courbe dont l'allure rappelle celle d'un phénomène oscillatoire amorti.

En conclusion, nous dirons que l'étude des liquides est très délicate et qu'elle impose , pour la polarimétrie , l'usage d'un appareil totalement indépendant de la puissance reçue au niveau du détecteur.

S'il est possible de réaliser cette condition, il est souvent impossible d'opérer avec une sensibilité constante au cours d'une série de mesures.

4°) - Etude des cylindres de quartz taillé parallèlement à l'axe :

Nous ne donnerons que quelques résultats qualitatifs concernant une étude préliminaire récente.

Nous avons fait tailler , dans du quartz, de petits cylindres droits de différentes longueurs dont l'axe optique est perpendiculaire à l'axe géométrique du cylindre.

Les faces planes du quartz sont donc parallèles à l'axe optique.

Le cylindre est alors placé dans un support en plexiglas qui permet de le maintenir selon l'axe du guide circulaire.

Un dispositif mécanique permet de faire tourner le cristal par rapport à la vibration incidente et de repérer sa position angulaire.

Le diamètre des cylindres est de 9 mm.

Les expériences consistent à analyser la vibration transmise à fréquence fixe en fonction de la position de la vibration incidente par rapport à l'axe optique du quartz.

Les premiers résultats partiels obtenus nous ont permis certaines conclusions :

- Généralement, à une fréquence arbitraire, le quartz semble se comporter comme une substance isotrope pour la vibration transmise.
- Pour un certain intervalle de fréquences entourant une fréquence f_0 , il apparaît une rotation importante (parfois supérieure à 10°) accompagnée d'une ellipticité ou d'une dépolarisation de la vibration transmise. Nous n'avons pas réalisé d'expériences permettant de déterminer la nature de la vibration.

Si la vibration initiale est dirigée suivant l'une des lignes neutres du cristal, il n'y a pas de rotation et pas d' "ellipticité".

La direction des lignes neutres de la lame, pour les radiations lumineuses, semble donc jouer un rôle identique pour les ondes électromagnétiques.

Si la vibration incidente n'est pas située suivant ces lignes neutres, une "ellipticité" apparaît. Elle passe par un maximum lorsque la vibration est à 45° des lignes neutres.

Pour la fréquence f_0 , l' "ellipticité" atteint sa valeur maximale et la rotation présente l'allure d'une courbe de dispersion autour de la position 45° .

Pour un quartz, parfaitement transparent, de longueur 29 mm, la fréquence f_0 est de 9472 MHz mais la fréquence f_0 dépend de la longueur du quartz utilisé. Cette fréquence f_0 ne correspond donc pas à une propriété de la matière.

Dans cette hypothèse, on pourrait penser qu'il s'agit d'une résonance longitudinale du quartz analogue à la résonance de modèles macroscopiques dissymétriques. Nous n'avons pas pu, jusqu'ici, mettre en évidence la relation qui, dans ce cas, devrait lier la longueur du quartz à la fréquence f_0 .

DEUXIEME PARTIE

CHAPITRE PREMIER

PROPAGATION DES ONDES ELECTROMAGNETIQUES DANS LES CONDUCTEURS COAXIAUX

§ I - EQUATIONS GENERALES DE PROPAGATION - EXPRESSION DES COMPOSANTES DES VECTEURS $\vec{E}$ et $\vec{H}$

§ II - RESOLUTION DE L'EQUATION GENERALE DE PROPAGATION

1°) - Calcul de $Z(z)$

2°) - Calcul de $\phi(\varphi)$

a) $n \neq 0$

b) $n = 0$

3°) - Calcul de $R(\rho)$

a) $k^2 - \gamma^2 > 0$

b) $k^2 - \gamma^2 = 0$

$n \neq 0$

$n = 0$

c) $k^2 - \gamma^2 < 0$

§ III - ETUDE DU CAS PARTICULIER CORRESPONDANT à $k^2 - \gamma^2 < 0$

§ IV - ETUDE DE LA SOLUTION LORSQUE $k^2 - \gamma^2 = 0$

1°) - $n \neq 0$

2°) - $n = 0$

§ V - ETUDE DE LA SOLUTION LORSQUE $k^2 - \gamma^2 > 0$

1°) - Etude de la propagation d'une onde de type T.M. dans un coaxial

a) - Fréquence de coupure f_c

b) - Calcul de la longueur d'onde dans le coaxial

c) - Etude des modes TM_{nm} dans une cavité coaxiale résonnante

2°) - Etude de la propagation d'une onde de type T.E. dans un coaxial

a) - Fréquence de coupure f_c

b) - Calcul de la longueur d'onde dans le coaxial

c) - Etude des modes TE_{nm} dans une cavité coaxiale résonnante

§ VI - UTILISATION DU GRAPHIQUE $\left(\frac{R_1}{\lambda_c}\right)^2 = F(K)$

§ VII - CONFIGURATION DES LIGNES DE CHAMP ELECTRIQUE ET REPARTITION DE LA PUISSANCE DANS UN GUIDE COAXIAL

1°) - Etude du mode T.E.M.

a) - Lignes de champ électrique

b) - Lignes à puissance constante

2°) - Etude des modes TE_{ni}

a) - Lignes de champ électrique

b) - Lignes à puissance constante

§ I - EQUATIONS GENERALES DE PROPAGATION - EXPRESSION DES COMPOSANTES
DES VECTEURS $\vec{E}$ et $\vec{H}$:

Le système d'équations de Maxwell constitue, pour tous les problèmes de propagation dans les guides, la base de tous les calculs. Nous nous limiterons au cas pratique d'un milieu homogène dépourvu de charges électriques.

Dans ces conditions, nous pouvons écrire :

$$\text{rot } \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\text{rot } \vec{H} = \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\text{div } \vec{E} = 0 \quad (3)$$

$$\text{div } \vec{H} = 0 \quad (4)$$

en appelant

$\vec{H}$ l'excitation magnétique

$\vec{E}$ le champ électrique

μ la perméabilité magnétique absolue du milieu

ϵ la permittivité absolue du milieu

t la variable temps

Dans le système de coordonnées cylindriques ρ, φ, z , les deux premières équations de Maxwell prennent la forme :

$$\begin{array}{l|l} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial (\rho \cdot E_\varphi)}{\partial z} = -\mu \rho \frac{\partial H_\rho}{\partial t} & \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial (\rho \cdot H_\varphi)}{\partial z} = \epsilon \rho \frac{\partial E_\rho}{\partial t} \\ \frac{\partial E_\rho}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial \rho} = -\mu \frac{\partial H_\varphi}{\partial t} & \frac{\partial H_\rho}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial \rho} = \epsilon \frac{\partial E_\varphi}{\partial t} \\ \frac{\partial (\rho \cdot E_\varphi)}{\partial \rho} - \frac{\partial E_\rho}{\partial \varphi} = -\mu \rho \frac{\partial H_z}{\partial t} & \frac{\partial (\rho \cdot H_\varphi)}{\partial \rho} - \frac{\partial H_\rho}{\partial \varphi} = \epsilon \rho \frac{\partial E_z}{\partial t} \end{array} \quad (5)$$

Les équations de Maxwell étant des équations linéaires, la solution générale du système (5) est obtenue en faisant la somme de deux solutions particulières. Nous choisissons :

- l'une en posant $H_z = 0$,

l'onde est du type transverse magnétique (T.M.); on l'appelle encore onde électrique ou onde E.

- l'autre en posant $E_z = 0$,

l'onde est du type transverse électrique (T.E.); on l'appelle encore onde magnétique ou onde H.

Nous nous limiterons au cas d'une onde fonction sinusoïdale du temps. Un phénomène périodique plus complexe pourra éventuellement être décomposé en une suite de fonctions harmoniques du temps et être traité de la même façon d'après le théorème de Fourier.

Nous supposons que la propagation a lieu dans l'air; la vitesse de propagation c est alors donnée par $\frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}}$

Nous admettrons qu'il est possible d'exprimer les composantes des vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{H}$ de l'onde T.M. à partir d'une fonction $U(\rho, \varphi, z, t)$, dite fonction de Bromwich.

Ces composantes sont données par :

$$I \quad \left| \begin{array}{l} E_\rho = E_0 l^2 \frac{\partial^2 U}{\partial \rho \partial z} \\ E_\varphi = E_0 l^2 \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi \partial z} \\ E_z = E_0 l^2 \left[\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + k^2 U \right] \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} H_\rho = j E_0 l^2 \frac{k}{\rho} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \frac{\partial U}{\partial \varphi} \\ H_\varphi = -j E_0 l^2 k \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \frac{\partial U}{\partial \rho} \\ H_z = 0 \end{array} \right|$$

Dans ces relations,

E_0 est une constante ayant les dimensions d'un champ électrique ;

l est une constante ayant les dimensions d'une longueur (on peut prendre cette constante égale à l'unité) ;

U est la fonction de Bromwich considérée comme une simple fonction mathématique sans dimension ;

$$k = \frac{2\pi}{\lambda_0}$$

λ_0 est la longueur d'onde dans le vide de l'onde envisagée.

Nous admettrons qu'il est possible d'écrire, de la même manière, pour l'onde T.E. les composantes des vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{H}$ sous la forme :

$$\text{II} \left| \begin{array}{l} E_{\rho} = -j H_0 l^2 \frac{k}{\rho} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{\partial U}{\partial \varphi} \\ E_{\varphi} = j H_0 l^2 k \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{\partial U}{\partial \rho} \\ E_z = 0 \end{array} \right| \begin{array}{l} H_{\rho} = H_0 l^2 \frac{\partial^2 U}{\partial \rho \partial z} \\ H_{\varphi} = H_0 l^2 \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi \partial z} \\ H_z = H_0 l^2 \left[\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + k^2 U \right] \end{array}$$

Dans ces relations,

H_0 est une constante ayant les dimensions d'une excitation magnétique.

On peut montrer que l'existence des systèmes I et II exige que la fonction U satisfasse à la relation

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial U}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + k^2 U = 0 \quad (6)$$

que nous écrirons sous la forme

$$\Delta U + k^2 U = 0 \quad (6\text{bis})$$

Le calcul montre que les équations de Maxwell (3) et (4) sont alors vérifiées.

Il résulte de ce qui précède que la solution du problème se ramène à la connaissance de la fonction U qui nous sera donnée par l'équation générale de propagation (6).

§ II - RESOLUTION DE L'EQUATION GENERALE DE PROPAGATION :

La perturbation étant une fonction harmonique du temps, la fonction $U(\rho, \varphi, z, t)$ est facteur de l'exponentielle e^{jkct} .

Nous rechercherons une solution du type

$$U(\rho, \varphi, z, t) = R(\rho) \cdot \phi(\varphi) \cdot Z(z) e^{jkct}$$

avec

$R(\rho)$	fonction de la variable ρ seule
$\phi(\varphi)$	" " " " φ "
$Z(z)$	" " " " z "

En substituant dans l'équation (6), nous obtenons, après simplification,

$$\frac{1}{R} \left[\frac{d^2 R}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dR}{d\rho} \right] + \frac{1}{\phi} \frac{1}{\rho^2} \frac{d^2 \phi}{d\varphi^2} + \frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} + k^2 = 0 \quad (7)$$

1°) - Calcul de Z (z) :

Les deux premiers termes de l'équation (7) étant indépendants de z, il faut qu'il en soit de même du troisième. On pose donc

$$\frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} = -\gamma^2$$

Cette équation différentielle admet pour solution

$$Z(z) = M e^{-j \gamma z} + M' e^{j \gamma z}$$

Tout phénomène de propagation suivant la direction Oz, est une fonction de la quantité

at - bz, si la propagation a lieu vers les z positifs,
ou de la quantité

at + bz, si la propagation a lieu vers les z négatifs.

a et b sont des constantes positives.

La propagation des vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{H}$ suivant l'axe z exige, pour la fonction U, que le produit $Z(z) e^{jkct}$ puisse se mettre sous la forme d'une fonction de la quantité (at $\pm$ bz). Nous écrirons donc ce produit :

$$Z(z) e^{jkct} = \underbrace{M e^{j(kct - \gamma z)}}_{\substack{\text{terme de propa-} \\ \text{gation vers les} \\ z > 0}} + \underbrace{M' e^{j(kct + \gamma z)}}_{\substack{\text{terme de propa-} \\ \text{gation vers les} \\ z < 0}}$$

Seule, la propagation vers les z positifs nous intéresse. La constante M étant arbitraire, nous la prendrons égale à l'unité et nous écrirons la solution sous la forme

$$Z(z) \cdot e^{jkct} = e^{j(kct - \gamma z)}$$

Nous nous limiterons au cas d'une propagation sans amortissement c'est-à-dire celle correspondant à une valeur de γ réelle.

2°) - Calcul de $\phi(\varphi)$

L'équation (7) s'écrit maintenant :

$$\frac{\rho^2}{R} \left[\frac{d^2 R}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dR}{d\rho} \right] + \frac{1}{\phi} \frac{d^2 \phi}{d\varphi^2} + (k^2 - \gamma^2) \rho^2 = 0$$

Par analogie avec le raisonnement fait pour $Z(z)$, on est conduit à écrire :

$$\frac{1}{\phi} \frac{d^2 \phi}{d\varphi^2} = -\nu^2$$

et

$$\phi = P e^{-j\nu\varphi} + P' e^{j\nu\varphi}$$

La fonction ϕ doit être univoque, elle doit reprendre la même valeur pour φ et $\varphi + 2\pi$. ν doit donc être un nombre réel entier, positif ou nul, que nous appellerons n .

La fonction $\phi(\varphi)$ est donc toujours réelle.

a) $n \neq 0$

La solution s'écrit

$$\phi = N \sin(n\varphi + \psi)$$

Comme dans le calcul de $Z(z)$ nous choisissons $N = 1$, nous aurons avec une origine des φ convenable :

$$\boxed{\phi = \sin n\varphi}$$

b) $n = 0$

L'équation différentielle se réduit à

$$\frac{d^2 \phi}{d\varphi^2} = 0$$

soit pour la fonction ϕ :

$$\phi = C\varphi + C^{\text{te}}$$

ϕ devant être univoque, on en déduit $C = 0$

Avec nos conventions sur les constantes, nous écrirons

$$\boxed{\phi = 1}$$

3°) - Calcul de $R(\rho)$:

Plusieurs cas sont à considérer :

a) $k^2 - \gamma^2 > 0$

Posons $k^2 - \gamma^2 = a^2$ et faisons le changement de variable $r = a\rho$.

L'équation (7) devient dans ces conditions :

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} + \left(1 - \frac{n^2}{r^2}\right) R = 0$$

On reconnaît l'équation de Bessel qui admet pour solution

$$R(a \rho) = A J_n(a \rho) + B Y_n(a \rho)$$

* Nous pouvons aussi l'écrire sous la forme

$$R(a \rho) = J_n(a \rho) + P Y_n(a \rho)$$

expression dans laquelle P est une constante arbitraire.

J_n est la fonction de Bessel de première espèce et d'ordre n.

Y_n est la fonction de Bessel de seconde espèce et d'ordre n.

$$b) \quad \underline{k^2 - \gamma^2 = 0 \quad (k = \gamma)}$$

L'équation (7) s'écrit :

$$\frac{d^2 R}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dR}{d\rho} - \frac{n^2}{\rho^2} R = 0$$

$$\underline{n \neq 0}$$

La solution générale de l'équation différentielle précédente est de la forme

$$R(\rho) = A \rho^n + B \rho^{-n}$$

soit, avec nos conventions

$$\boxed{R(\rho) = \rho^n + P \rho^{-n}}$$

$$\underline{n = 0}$$

L'équation générale prend une forme dégénérée

$$\frac{d^2 R}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dR}{d\rho} = 0$$

La solution est :

$$R(\rho) = A \log \rho + B \quad \text{ou encore}$$

$$\boxed{R(\rho) = \log \rho + P}$$

$$c) \quad \underline{k^2 - \gamma^2 < 0}$$

On pose $k^2 - \gamma^2 = -a^2$ avec $r = a \rho$.

L'équation (7) s'écrit :

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} - \left(1 + \frac{n^2}{r^2}\right) R = 0$$

On reconnaît l'équation de Bessel modifiée qui admet pour solution

$$R(a \rho) = A I_n(a \rho) + B K_n(a \rho)$$

ou

$$R(a \rho) = I_n(a \rho) + P K_n(a \rho)$$

I_n est la fonction de Bessel modifiée de première espèce d'ordre n .

K_n est la fonction de Bessel modifiée de seconde espèce d'ordre n .

Connaissant maintenant les trois fonctions $R(\rho)$ ou $R(a \rho)$, $\phi(\varphi)$, $Z(z)e^{jkct}$, la fonction $U(\rho, \varphi, z, t)$ de Bromwich est déterminée.

Nous allons résumer l'ensemble des résultats obtenus suivant les différents cas.

La fonction U à considérer est :

$$\underline{\text{si } k^2 - \gamma^2 > 0}$$

$$U = \left[J_n(a \rho) + P Y_n(a \rho) \right] \sin n \varphi e^{j(kct - \gamma z)}$$

$$\underline{\text{si } k^2 - \gamma^2 = 0 \text{ (} k = \gamma \text{)}}$$

- avec $n \neq 0$

$$U = \left[\rho^n + P \rho^{-n} \right] \sin n \varphi e^{jk(ct - z)}$$

- avec $n = 0$

$$U = \left[\text{Log } \rho + P \right] e^{jk(ct - z)}$$

$$\underline{\text{si } k^2 - \gamma^2 < 0}$$

$$U = \left[I_n(a \rho) + P K_n(a \rho) \right] \sin n \varphi e^{j(kct - \gamma z)}$$

§ III - ETUDE DU CAS PARTICULIER CORRESPONDANT à $k^2 - \gamma^2 < 0$:

$$U = \left[I_n(a \rho) + P K_n(a \rho) \right] \sin n \varphi e^{j(kct - \gamma z)}$$

- Les conditions aux limites entraînent pour le système I, $E_z = E_\varphi = H_\rho = 0$

sur les conducteurs de rayons R_1 et R_2 , ce qui exige :

$$I_n(a R_1) + P K_n(a R_1) = 0$$

$$I_n(a R_2) + P K_n(a R_2) = 0$$

soit

$$P = - \frac{I_n(a R_1)}{K_n(a R_1)} = - \frac{I_n(a R_2)}{K_n(a R_2)} .$$

I_n est une fonction monotone croissante de la variable ;

K_n est une fonction monotone décroissante de la variable.

Il en résulte que le rapport $\frac{I_n(a \rho)}{K_n(a \rho)}$ est une fonction constamment croissante ; elle ne peut donc jamais prendre deux fois la même valeur pour deux valeurs différentes de la variable ⁽⁵⁸⁾. Il est impossible, quel que

soit a , d'obtenir l'égalité $\frac{I_n(a R_1)}{K_n(a R_1)} = \frac{I_n(a R_2)}{K_n(a R_2)}$. Il n'y a donc pas de propagation possible.

- Les conditions aux limites entraînent, pour le système II, $E_\varphi = H_\rho = 0$ ces conditions sont remplies si

$$I'_n(a R_1) + P K'_n(a R_1) = 0$$

I'_n et K'_n sont les dérivées par rapport à ρ des fonctions I_n et K_n

$$I'_n(a R_2) + P K'_n(a R_2) = 0$$

Un raisonnement analogue à celui fait pour les fonctions I_n et K_n conduit à la même conclusion.

Le cas : $k^2 - \gamma^2 < 0$ ne permet, en définitive, aucune propagation d'onde dans un coaxial.

§ IV - ETUDE DE LA SOLUTION LORSQUE $k^2 - \gamma^2 = 0$ ($k = \gamma$) :

La fonction U ne dépend de z que par le facteur $e^{jk(ct - z)}$ de telle sorte qu'il est possible d'écrire

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = -k^2 U$$

Cette égalité entraîne dans les systèmes I et II :

$$E_z = 0 \text{ pour l'onde T.M.}$$

$$H_z = 0 \text{ pour l'onde T.E.}$$

On ne peut donc envisager dans ce cas que la propagation d'une onde T.E.M.

1°) $\underline{n \neq 0}$

$$U = \left[\rho^n + P \rho^{-n} \right] \sin n \varphi e^{jk(ct - z)}$$

Le système I donne :

$$\begin{array}{l} \text{I'} \\ \left| \begin{array}{l} E_\rho = -j E_0 l^2 n k \left[\rho^{n-1} - P \rho^{-n-1} \right] \sin n \varphi e^{jk(ct - z)} \\ E_\varphi = -j E_0 l^2 n k \left[\rho^{n-1} + P \rho^{-n-1} \right] \cos n \varphi e^{jk(ct - z)} \\ E_z = 0 \\ H_\rho = j E_0 l^2 n k \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \left[\rho^{n-1} + P \rho^{-n-1} \right] \cos n \varphi e^{jk(ct - z)} \\ H_\varphi = -j E_0 l^2 n k \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \left[\rho^{n-1} - P \rho^{-n-1} \right] \sin n \varphi e^{jk(ct - z)} \\ H_z = 0 \end{array} \right. \end{array}$$

Le système II donne :

$$\begin{array}{l} \text{II'} \\ \left| \begin{array}{l} E_\rho = -j H_0 l^2 n k \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \left[\rho^{n-1} + P \rho^{-n-1} \right] \cos n \varphi e^{jk(ct - z)} \\ E_\varphi = j H_0 l^2 n k \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \left[\rho^{n-1} - P \rho^{-n-1} \right] \sin n \varphi e^{jk(ct - z)} \\ E_z = 0 \\ H_\rho = -j H_0 l^2 n k \left[\rho^{n-1} - P \rho^{-n-1} \right] \sin n \varphi e^{jk(ct - z)} \\ H_\varphi = -j H_0 l^2 n k \left[\rho^{n-1} + P \rho^{-n-1} \right] \cos n \varphi e^{jk(ct - z)} \\ H_z = 0 \end{array} \right. \end{array}$$

Les conditions aux limites entraînent :

$$E_\varphi = H_\rho = 0 \quad \text{pour } \rho = R_1 \text{ et } \rho = R_2$$

Le système I' donne les relations :

$$R_1^{n-1} + P R_1^{-n-1} = 0$$

$$R_2^{n-1} + P R_2^{-n-1} = 0$$

soit

$$R_1^{2n} = -P \text{ et } R_2^{2n} = -P.$$

Ceci ne peut être réalisé que si $n = 0$ et $P = -1$. Le système II' conduit à la même condition. On se trouve ramenés au cas $n = 0$ que nous allons étudier maintenant.

2°) $n = 0$:

$$U = \left[\text{Log } \rho + P \right] e^{jk(ct - z)}$$

ce qui donne pour le système I :

$$\begin{array}{l} \text{I''} \\ \left| \begin{array}{l} E_{\rho} = -j E_0 l^2 k \frac{1}{\rho} e^{jk(ct - z)} \\ E_{\varphi} = 0 \\ E_z = 0 \\ H_{\rho} = 0 \\ H_{\varphi} = -j E_0 l^2 k \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \frac{1}{\rho} e^{jk(ct - z)} \\ H_z = 0 \end{array} \right. \end{array}$$

Le système II devient :

$$\begin{array}{l} \text{II''} \\ \left| \begin{array}{l} E_{\rho} = 0 \\ E_{\varphi} = j H_0 l^2 k \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{1}{\rho} e^{jk(ct - z)} \\ E_z = 0 \\ H_{\rho} = -j H_0 l^2 k \frac{1}{\rho} e^{jk(ct - z)} \\ H_{\varphi} = 0 \\ H_z = 0 \end{array} \right. \end{array}$$

Le système II'' , ne pouvant rendre compte des conditions aux limites, est à rejeter.

Le système I'' est , par contre , toujours acceptable car , quels que soient R_1 et R_2 , les conditions aux limites sont remplies.

En conclusion , un coaxial quelconque permet toujours la propagation d'une onde T.E.M. ; les composantes des champs sont alors données par le système I''.

§ V - ETUDE DE LA SOLUTION LORSQUE $k^2 - \gamma^2 > 0$:

$$U = \left[J_n(a\rho) + P Y_n(a\rho) \right] \sin n\varphi e^{j(kct - \gamma z)}$$

Dans ces conditions , les systèmes I et II sont l'un et l'autre compatibles avec les conditions aux limites.

Nous étudierons , dans un premier paragraphe, l'onde T.M. correspondant au système I et dans un second paragraphe , l'onde T. E. correspondant au système II.

1°) - Etude de la propagation d'une onde de type T.M. dans un coaxial :

Le système I donne pour expression des composantes des vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{H}$

$$\begin{aligned} E_\rho &= -j E_0 l^2 a \gamma \left[J'_n(a\rho) + P Y'_n(a\rho) \right] \sin n\varphi e^{j(kct - \gamma z)} \\ E_\varphi &= -j E_0 l^2 n \gamma \frac{1}{\rho} \left[J_n(a\rho) + P Y_n(a\rho) \right] \cos n\varphi e^{j(kct - \gamma z)} \\ E_z &= E_0 l^2 a^2 \left[J_n(a\rho) + P Y_n(a\rho) \right] \sin n\varphi e^{j(kct - \gamma z)} \\ H_\rho &= j E_0 l^2 n k \frac{1}{\rho} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \left[J_n(a\rho) + P Y_n(a\rho) \right] \cos n\varphi e^{j(kct - \gamma z)} \\ H_\varphi &= -j E_0 l^2 a k \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \left[J'_n(a\rho) + P Y'_n(a\rho) \right] \sin n\varphi e^{j(kct - \gamma z)} \\ H_z &= 0 \end{aligned}$$

J'_n et Y'_n sont les fonctions dérivées de J_n et Y_n par rapport à ρ .

Le champ électrique étant normal à toute surface conductrice au voisinage de celle-ci et R_1 et R_2 étant les rayons respectifs du coaxial, on doit écrire :

$$E_z = E_\varphi = H_\rho = 0 \quad \text{pour } \rho = R_1 \text{ et } \rho = R_2 \quad (R_1 < R_2)$$

ce qui donne

$$\begin{aligned} J_n(a R_1) + P Y_n(a R_1) &= 0 \\ J_n(a R_2) + P Y_n(a R_2) &= 0 \end{aligned} \tag{8}$$

d'où

$$P = - \frac{J_n(a R_1)}{Y_n(a R_1)} = - \frac{J_n(a R_2)}{Y_n(a R_2)} \quad (9)$$

Les fonctions J_n et Y_n n'étant pas monotones comme I_n et K_n , la relation (9) peut être vérifiée. Cette égalité sera d'ailleurs écrite sous la forme plus classique

$$J_n(a R_1) Y_n(a R_2) - J_n(a R_2) Y_n(a R_1) = 0 \quad (10)$$

Cette équation en a admet plusieurs racines. Nous appellerons $\sigma_n^{(i)}$ la i ème de ces racines. Chaque fois que a possèdera une valeur $\sigma_n^{(i)}$, la relation (10) sera satisfaite et, par suite, les relations (8) traduisant les conditions aux limites.

La résolution de l'équation (10) fournit la solution générale du problème concernant les ondes de type T.M.

La constante P prend alors la valeur :

$$P_n^{(i)} = - \frac{J_n(\sigma_n^{(i)} R_1)}{Y_n(\sigma_n^{(i)} R_1)} = - \frac{J_n(\sigma_n^{(i)} R_2)}{Y_n(\sigma_n^{(i)} R_2)}$$

En adoptant pour $P_n^{(i)}$ la valeur $-\frac{J_n(\sigma_n^{(i)} R_1)}{Y_n(\sigma_n^{(i)} R_1)}$, les composantes

du champ électromagnétique à l'intérieur du guide coaxial prennent la forme

suivante :

$$= -j E_0 l^2 \sigma_n^{(i)} \gamma \left[J_n'(\sigma_n^{(i)} \rho) - \frac{J_n(\sigma_n^{(i)} R_1)}{Y_n(\sigma_n^{(i)} R_1)} Y_n'(\sigma_n^{(i)} \rho) \right] \sin n \varphi e^{j(kct - \gamma z)}$$

$$= -j E_0 l^2 n \gamma \frac{1}{\rho} \left[J_n(\sigma_n^{(i)} \rho) - \frac{J_n(\sigma_n^{(i)} R_1)}{Y_n(\sigma_n^{(i)} R_1)} Y_n(\sigma_n^{(i)} \rho) \right] \cos n \varphi e^{j(kct - \gamma z)}$$

$$= E_0 l^2 (\sigma_n^{(i)})^2 \left[J_n(\sigma_n^{(i)} \rho) - \frac{J_n(\sigma_n^{(i)} R_1)}{Y_n(\sigma_n^{(i)} R_1)} Y_n(\sigma_n^{(i)} \rho) \right] \sin n \varphi e^{j(kct - \gamma z)}$$

$$H_\rho = j E_0 l^2 n k \frac{1}{\rho} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \left[J_n(\sigma_n^{(i)} \rho) - \frac{J_n(\sigma_n^{(i)} R_1)}{Y_n(\sigma_n^{(i)} R_1)} Y_n(\sigma_n^{(i)} \rho) \right] \cos n \varphi e^{j(kct - \gamma z)}$$

$$H_\varphi = -j E_0 l^2 \sigma_n^{(i)} k \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \left[J'_n(\sigma_n^{(i)} \rho) - \frac{J_n(\sigma_n^{(i)} R_1)}{Y_n(\sigma_n^{(i)} R_1)} Y'_n(\sigma_n^{(i)} \rho) \right] \sin n \varphi e^{j(kct - \gamma z)}$$

$$H_z = 0$$

a) - Fréquence de coupure f_c :

Soit $f = \frac{kc}{2\pi}$ la fréquence; il lui correspond une infinité de valeurs de γ telles que

$$\gamma^2 = k^2 - a^2 = \left(\frac{2\pi f}{c}\right)^2 - (\sigma_n^{(i)})^2$$

Comme nous l'avons vu précédemment dans le calcul de Z , il faut, pour que la propagation soit possible, que γ soit réel, donc que γ^2 soit positif.

Cette condition impose une fréquence minimum à l'onde, dite fréquence de coupure f_c , donnée par $\gamma = 0$; pour les fréquences $f < f_c$, l'onde ne peut plus se propager.

f_c est donnée par l'égalité :

$$f_{c, TMn} = \frac{\sigma_n^{(i)} c}{2\pi}$$

ce qui correspond à une longueur d'onde de coupure

$$\lambda_{c, TMn} = \frac{2\pi}{\sigma_n^{(i)}}$$

Toutes les vibrations électromagnétiques de longueurs d'onde supérieures à λ_c ne peuvent pas se propager dans le coaxial.

b) - Calcul de la longueur d'onde dans le coaxial :

On définit la longueur d'onde dans le coaxial comme la distance prise suivant l'axe de propagation, qui sépare deux points successifs où les états vibratoires sont identiques à un même instant.

γz doit varier de 2π quand on passe d'un point à un autre

$$\gamma \lambda_{g, TMn} = 2\pi$$

D'après la relation $\gamma^2 = k^2 - a^2 = k^2 - (\sigma_n^{(i)})^2$ et en remplaçant γ^2 par $(\frac{2\pi}{\lambda_{g, TMni}})^2$ et k^2 par $(\frac{2\pi}{\lambda})^2$, on obtient :

$$-\frac{1}{\lambda_{g, TMni}^2} = \frac{1}{\lambda^2} - \left(\frac{\sigma_n^{(i)}}{2\pi}\right)^2 \quad (11)$$

ou encore

$$\frac{1}{\lambda_{g, TMni}^2} = \frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda_{c, TMni}^2} \quad (12)$$

Cette formule reste valable pour l'onde T. E. M. dont la longueur d'onde λ_c est infinie.

c) - Etude des modes TM_{nim} dans une cavité coaxiale résonnante :

La longueur L de la cavité doit être, à la résonance, un multiple de la demi-longueur d'onde dans le guide

$$L = m \frac{\lambda_g}{2}$$

avec m entier positif.

m est toujours différent de zéro si l'on veut que la cavité existe.

En remplaçant λ_g en fonction de L dans la relation (11), on a

$$\frac{m^2}{4} \frac{1}{L^2} = \frac{1}{\lambda^2} - \left(\frac{\sigma_n^{(i)}}{2\pi}\right)^2 \quad (13)$$

Chaque mode de résonance de la cavité est ainsi caractérisé par trois nombres n, i, m dans lesquels m donne le nombre de configurations identiques de l'onde stationnaire suivant l'axe Oz .

Dans l'équation (10), posons :

$$\begin{aligned} a R_1 &= x \\ a R_2 &= Kx \end{aligned} \quad K = \frac{R_2}{R_1} \quad a = \frac{x}{R_1} \quad (14)$$

L'équation devient

$$J_n(x) Y_n(Kx) - J_n(Kx) Y_n(x) = 0 \quad (15)$$

Cette équation a pour racines $x_n^{(i)}$.

Ces racines sont liées aux racines $\sigma_n^{(i)}$ de l'équation (10) en a par la relation (14), soit

$$\sigma_n^{(i)} = \frac{x_n^{(i)}}{R_1}$$

La relation (13) devient

$$\left(\frac{R_1}{\lambda}\right)^2 = \frac{m^2}{4} \left(\frac{R_1}{L}\right)^2 + \left(\frac{x_n^{(i)}}{2\pi}\right)^2 \quad (16)$$

si $\lambda_{g, TMni} \rightarrow \infty$, $\lambda \rightarrow \lambda_{c, TMni}$ (équation 12)

ce qui nous conduit à écrire, d'après (16)

que $L \rightarrow \infty$ lorsque $\lambda \rightarrow \lambda_{c, TMni}$ donc

$$\left(\frac{R_1}{\lambda_{c, TMni}}\right)^2 = \left(\frac{x_n^{(i)}}{2\pi}\right)^2$$

Cette relation est importante car elle permet de calculer $\lambda_{c, TMni}$ en fonction de R_1 et de $x_n^{(i)}$

$$\lambda_{c, TMni} = \frac{2\pi}{x_n^{(i)}} R_1 \quad (17)$$

REMARQUE :

L'équation (16) conditionne l'existence des modes TM_{ni} par le fait

que $\left(\frac{R_1}{\lambda}\right)^2$ doit toujours être supérieur ou égal à $\left(\frac{x_n^{(i)}}{2\pi}\right)^2$ donc à $\left(\frac{R_1}{\lambda_{c, TMni}}\right)^2$

Si cette condition n'est pas réalisée, on élimine le mode considéré. Cette remarque est importante pour le calcul d'une cavité lorsque l'on veut éliminer certains modes gênants.

L'équation (16) peut être représentée par une droite dans un système de coordonnées rectangulaires en portant en abscisse $\left(\frac{R_1}{L}\right)^2$ et en ordonnée $\left(\frac{R_1}{\lambda}\right)^2$.

Dans ces conditions, il est possible de tracer pour chaque mode TM_{ni} une droite qui le caractérise.

Un réseau de droites peut donc nous rendre compte de toutes les

résonances de type T.M. d'une cavité coaxiale.

Il faut remarquer cependant que les ordonnées à l'origine de ces droites sont données par le terme $(\frac{x_n^{(i)}}{2\pi})^2$ et que les racines $x_n^{(i)}$ de l'équation (15) sont fonction du rapport $K = \frac{R_2}{R_1}$. Pour chaque valeur de K il existe une nouvelle série de valeurs de $x_n^{(i)}$, donc un nouveau réseau de droites dont les pentes restent identiques mais dont les ordonnées à l'origine sont différentes.

Afin de faciliter le calcul des cavités coaxiales, nous avons tracé un réseau de courbes donnant directement les ordonnées à l'origine $(\frac{x_n^{(i)}}{2\pi})^2$ soit $(\frac{R_1}{\lambda_c})^2$ pour les différents modes TM_{nim} en fonction du rapport K.

Un certain nombre de racines de l'équation (15) ont été calculées par H.B. DWIGHT (59).

Nous avons dû, pour les besoins de notre étude, en rechercher un certain nombre d'autres.

On démontre que les racines $x_n^{(i)}$ de l'équation (15) sont données par le développement de MAC-MAHON (60).

$$x_n^{(i)} = \delta + \frac{p}{\delta} + \frac{q - p^2}{\delta^3} + \frac{r - 4pq + 2p^3}{\delta^5} + \dots$$

avec

$$\delta = \frac{i\pi}{K-1} \quad p = \frac{4n^2 - 1}{8K}$$

$$q = \frac{4[4n^2 - 1][4n^2 - 25][K^3 - 1]}{3(8K)^3[K - 1]}$$

$$r = \frac{32[4n^2 - 1][(4n^2)^2 - 114(4n^2) + 1073][K^5 - 1]}{5(8K)^5[K - 1]}$$

Ce travail de calcul numérique, fort long, s'il est réalisé directement par un calculateur, a été effectué par une machine électronique.

Nous avons résumé les résultats dans les tableaux suivants. Dans chacun de ceux-ci, nous avons conservé un ordre de racine, i, constant, afin de

pouvoir faire , par la suite, une comparaison plus commode des résultats. Nous avons encadré les résultats nouveaux auxquels nous avons été conduits.

L'examen du premier tableau concernant les modes TM_{n1} montre que pour un K donné les ordonnées du mode $TM_{(n+1)1}$ sont supérieures aux ordonnées du mode TM_{n1} , ce qui se traduit sur le graphique par le fait que la courbe correspondant au mode $TM_{(n+1)1}$ est toujours située au-dessus de celle correspondant au mode TM_{n1} .

Ainsi, toute la région du plan située à droite de la courbe initiale (mode TM_{01}) sera peuplée d'une infinité de courbes (n n'est pas limité) qui se décalent progressivement vers le haut lorsque n croît.

On peut dire que la courbe TM_{01} est une courbe de base ou courbe "origine" qui engendre, dans la portion de plan située à sa droite, l'ensemble des courbes TM_{n1} .

Nous pourrions faire un raisonnement en tous points identique au précédent en ce qui concerne les modes TM_{n2} du deuxième tableau . Dans ce cas, la courbe "origine" est la courbe TM_{02} . Cette dernière présente un décalage important par rapport à la courbe "origine" TM_{01} de telle sorte que la nouvelle série engendrée à partir de TM_{02} ne vient chevaucher la série TM_{n1} que sur la portion de plan située à droite de la courbe TM_{02} .

Nous pourrions, de proche en proche , appliquer un raisonnement analogue avec les modes TM_{n3} et TM_{n4} pour lesquels nous avons donné quelques résultats . Cette étude n'est évidemment pas limitative car i peut être aussi grand que l'on veut . Les courbes "origine" successives sont données par TM_{0i} (i est le rang de la courbe).

Il résulte de ce qui précède qu'il y a des régions du graphique où le nombre des résonances de la cavité devient très grand. Expérimentalement il devient impossible de les différencier. Le problème ne présente plus aucun intérêt . C'est pourquoi nous avons limité notre étude aux modes TM_{ni} pour lesquels $i = 1$ et $n = 1, 2, 3, 4$. Le tracé de ces courbes suffit largement dans la plupart des cas . Les modes T.M. sont représentés en trait "tiret" sur le graphique (figure 62).

2°) - Etude de la propagation d'une onde de type T.M. dans un coaxial:

Le plan de cette étude est calqué sur celui de l'onde TM_{ni} . La

TM_{n1}	$n=0$	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$
K	$\left(\frac{x_0^{(1)}}{2\pi}\right)^2$	$\frac{TM_{11}}{TE_{01}} \left(\frac{x_1^{(1)}}{2\pi}\right)^2$	$\left(\frac{x_2^{(1)}}{2\pi}\right)^2$	$\left(\frac{x_3^{(1)}}{2\pi}\right)^2$	$\left(\frac{x_4^{(1)}}{2\pi}\right)^2$
1,0	∞	∞	∞	∞	∞
1,1	24,994	25,018	25,086	25,201	25,3621
1,2	6,2448	6,2655	6,3286	6,4336	6,58073
1,3	2,7730	2,7923	2,8500	2,94645	3,08136
1,4	1,5580	1,5759	1,6292	1,71803	1,84236
1,5	0,99587	1,0123	1,0617	1,14397	1,25894
1,6	0,69060	0,70594	0,751810	0,828160	0,934785
1,8	0,3873	0,4007	0,440613	0,506971	0,599319
2,0	0,2471	0,2589	0,294010	0,352203	0,432759
2,5	0,1089	0,1178	0,144249	0,187383	0,245917
3	0,06074	0,06775	0,0883875	0,121345	0,164968
3,5	0,03857	0,04427	0,0607755	0,0865578	0,119854
4,0	0,02658	0,03132	0,0448044	0,0653828	0,0914037
5,0	0,01476	0,01818	0,0276270	0,0414310	0,0583747

TM_{n2}	$n=0$	$n=1$	$n=2$	$n=3$
K	$\left(\frac{x_0^{(2)}}{2\pi}\right)^2$	$\frac{TM_{12}}{TE_{02}} \left(\frac{x_1^{(2)}}{2\pi}\right)^2$	$\left(\frac{x_2^{(2)}}{2\pi}\right)^2$	$\left(\frac{x_3^{(2)}}{2\pi}\right)^2$
1,0	∞	∞	∞	∞
1,1	99,994	100,02	100,09	100,20
1,2	24,994	25,016	25,079	25,184
1,3	11,106	11,126	11,184	11,281
1,4	6,2454	6,2635	6,3174	6,4075
1,5	3,9958	4,0126	4,0629	4,146
1,6	2,7738	2,7896	2,8363	2,915
1,8	1,5589	1,5729	1,6146	1,684
2,0	0,9968	1,0092	1,047	1,110
2,5	0,4420	0,4518		0,54
3,0	0,2480	0,2559		
3,5	0,1583	0,1650		
4,0	0,1097	0,1154		
5,0	0,06141	0,06376		

TM_{n3}	$n=0$	$n=1$	$n=2$	$n=3$
K	$\left(\frac{x_0^{(3)}}{2\pi}\right)^2$	$\frac{TM_{13}}{TE_{03}} \left(\frac{x_1^{(3)}}{2\pi}\right)^2$	$\left(\frac{x_2^{(3)}}{2\pi}\right)^2$	$\left(\frac{x_3^{(3)}}{2\pi}\right)^2$
1,0	∞	∞	∞	∞
1,1	225,00	225,01	225,09	225,20
1,2	56,244	56,266	56,329	56,434
1,3	24,995	25,014	25,073	25,170
1,4	14,058	14,076	14,130	14,221
1,5	8,9958	9,0126	9,0631	9,1473
1,6	6,2460	6,2618	6,3092	6,3880
1,8	3,5120	3,5262	3,5682	3,6377
2,0	2,2468	2,2592	2,2971	2,3598
2,5	0,9975	1,0075		1,088
3,0	0,5605	0,5686		0,63
3,5	0,3583	0,3652		0,42
4,0	0,2485	0,2545		
5,0	0,1396	0,1441		

TM_{n4}	$n=0$	$n=1$	$n=2$	$n=3$
K	$\left(\frac{x_0^{(4)}}{2\pi}\right)^2$	$\frac{TM_{14}}{TE_{04}} \left(\frac{x_1^{(4)}}{2\pi}\right)^2$	$\left(\frac{x_2^{(4)}}{2\pi}\right)^2$	$\left(\frac{x_3^{(4)}}{2\pi}\right)^2$
1,0	∞	∞	∞	∞
1,1	399,99	400,01	400,08	400,197
1,2	99,994	100,02	100,08	100,185
1,3	44,440	44,459	44,517	44,614
1,4	24,995	25,014	25,068	25,158
1,5	15,996	16,013	16,063	16,148
1,6	11,107	11,123	11,170	11,249
1,8	6,2466	6,2605	6,3024	6,3725
2,0	3,9966	4,0093	4,0470	4,1100
2,5	1,7754	1,7853		1,8659
3,0	0,9979	1,0062		1,074
3,5	0,6382	0,64537		0,706
4,0	0,4429	0,44903		0,498
5,0		0,25362		

fonction U restant la même, le système d'équations II nous donne les composantes des vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{H}$.

$$\left\{ \begin{aligned} E_\rho &= -j H_0 l^2 n k \frac{1}{\rho} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \left[J_n(a\rho) + P Y_n(a\rho) \right] \cos n\varphi e^{j(kct - \gamma z)} \\ E_\varphi &= j H_0 l^2 a k \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \left[J'_n(a\rho) + P Y'_n(a\rho) \right] \sin n\varphi e^{j(kct - \gamma z)} \\ E_z &= 0 \\ H_\rho &= -j H_0 l^2 a \gamma \left[J'_n(a\rho) + P Y'_n(a\rho) \right] \sin n\varphi e^{j(kct - \gamma z)} \\ H_\varphi &= -j H_0 l^2 n \gamma \frac{1}{\rho} \left[J_n(a\rho) + P Y_n(a\rho) \right] \cos n\varphi e^{j(kct - \gamma z)} \\ H_z &= H_0 l^2 a^2 \left[J_n(a\rho) + P Y_n(a\rho) \right] \sin n\varphi e^{j(kct - \gamma z)} \end{aligned} \right.$$

Les conditions aux limites

$$E_\varphi = H_\rho = 0 \quad \text{pour} \quad \rho = R_1 \quad \text{et} \quad \rho = R_2$$

entraînent pour P la double égalité

$$P = -\frac{J'_n(aR_1)}{Y'_n(aR_1)} = -\frac{J'_n(aR_2)}{Y'_n(aR_2)} \quad (9')$$

et la relation

$$J'_n(aR_1) Y'_n(aR_2) - J'_n(aR_2) Y'_n(aR_1) = 0 \quad (10')$$

Nous appellerons $\zeta_n^{(i)}$ la i ème des racines de cette équation en a .

Nous prendrons pour P la valeur

$$P_n^{(i)} = -\frac{J'_n(\zeta_n^{(i)} R_1)}{Y'_n(\zeta_n^{(i)} R_1)}$$

et nous écrirons les composantes du champ électromagnétique à l'intérieur du coaxial sous la forme :

$$E_\rho = -j H_0 l^2 n k \frac{1}{\rho} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \left[J_n(\zeta_n^{(i)} \rho) - \frac{J'_n(\zeta_n^{(i)} R_1)}{Y'_n(\zeta_n^{(i)} R_1)} Y_n(\zeta_n^{(i)} \rho) \right] \cos n\varphi e^{j(kct - \gamma z)}$$

$$\varphi = j H_0 l^2 \zeta_n^{(i)} k \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \left[J'_n(\zeta_n^{(i)} \rho) - \frac{J'_n(\zeta_n^{(i)} R_1)}{Y'_n(\zeta_n^{(i)} R_1)} Y'_n(\zeta_n^{(i)} \rho) \right] \sin n \varphi e^{j(kct - \gamma z)}$$

$$z = 0$$

$$\varphi = -j H_0 l^2 \zeta_n^{(i)} \gamma \left[J'_n(\zeta_n^{(i)} \rho) - \frac{J'_n(\zeta_n^{(i)} R_1)}{Y'_n(\zeta_n^{(i)} R_1)} Y'_n(\zeta_n^{(i)} \rho) \right] \sin n \varphi e^{j(kct - \gamma z)}$$

$$\varphi = -j H_0 l^2 n \gamma \frac{1}{\rho} \left[J_n(\zeta_n^{(i)} \rho) - \frac{J_n(\zeta_n^{(i)} R_1)}{Y_n(\zeta_n^{(i)} R_1)} Y_n(\zeta_n^{(i)} \rho) \right] \cos n \varphi e^{j(kct - \gamma z)}$$

$$z = H_0 l^2 (\zeta_n^{(i)})^2 \left[J_n(\zeta_n^{(i)} \rho) - \frac{J_n(\zeta_n^{(i)} R_1)}{Y_n(\zeta_n^{(i)} R_1)} Y_n(\zeta_n^{(i)} \rho) \right] \sin n \varphi e^{j(kct - \gamma z)}$$

a) - Fréquence de coupure f_c :

Comme pour l'onde T.M., on trouve :

$$\lambda_{c, TE_{ni}} = \frac{2 \pi}{\zeta_n^{(i)}}$$

b) - Calcul de la longueur d'onde dans le coaxial :

La formule donnant λ_g est identique à celle des modes T.M. :

$$\frac{1}{\lambda_{g, TE_{ni}}^2} = \frac{1}{\lambda^2} - \left(\frac{\zeta_n^{(i)}}{2 \pi} \right)^2 \quad (11')$$

soit

$$\frac{1}{\lambda_{g, TE_{ni}}^2} = \frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda_{c, TE_{ni}}^2}$$

c) - Etude des modes TE_{nim} dans une cavité coaxiale résonnante :

Il suffit de remplacer dans les relations correspondantes obtenues les modes TM_{nim}

$$\begin{array}{ll}
\sigma_n^{(i)} & \text{par } \zeta_n^{(i)} \\
x_n^{(i)} & \text{par } x_n'^{(i)} \\
J_n & \text{par } J_n' \\
Y_n & \text{par } Y_n'
\end{array}$$

Dans ces conditions, nous obtenons la relation :

$$\left(\frac{R_1}{\lambda}\right)^2 = \frac{m^2}{4} \left(\frac{R_1}{L}\right)^2 + \left(\frac{x_n'^{(i)}}{2\pi}\right)^2 \quad (16')$$

dans laquelle $x_n'^{(i)}$ est la ième racine de l'équation

$$J_n'(x) Y_n'(Kx) - J_n'(Kx) Y_n'(x) = 0 \quad (15')$$

Nous pouvons également écrire :

$$\lambda_{c, \text{TE}n i} = \frac{2\pi}{x_n'^{(i)}} R_1 \quad (17')$$

L'ensemble des remarques faites pour les modes T.M. reste valable pour les modes T.E. ; nous ajouterons cependant quelques résultats importants. Nous savons, d'après les relations de récurrence entre les fonctions de Bessel, que

$$\begin{aligned}
J_0'(x) &= -J_1(x) \\
Y_0'(x) &= -Y_1(x)
\end{aligned}$$

En appliquant ces relations à l'équation (15') pour $n = 0$, on obtient

$$J_0'(x) Y_0'(Kx) - J_0'(Kx) Y_0'(x) = J_1(x) Y_1(Kx) - J_1(Kx) Y_1(x) = 0$$

ce qui montre que les courbes correspondant aux modes TE0i sont confondues avec celles des modes TM1i.

Nous verrons, dans la représentation graphique donnant $\left(\frac{R_1}{\lambda_c}\right)^2$ en

fonction de K , que les courbes des modes TE1 tendent vers une limite déterminée lorsque K tend vers l'unité. Il est impossible de trouver la valeur correspondante de la racine à partir de l'équation (15') qui devient une identité. Nous allons montrer que la première racine de cette équation tend vers n

lorsque $K \rightarrow 1$.

Nous posons $K = 1 + \xi$, ξ étant petit, et nous faisons un développement limité au deuxième ordre de la fonction correspondante.

$$Y_n(x + \xi x) = Y_n(x) + \frac{\xi^2 x^2}{2} Y'_n(x)$$

et après dérivation

$$Y'_n(x + \xi x) = Y'_n(x) + \xi^2 x Y''_n(x)$$

par analogie

$$J'_n(x + \xi x) = J'_n(x) + \xi^2 x J''_n(x)$$

En portant dans l'équation (15'), il vient

$$J'_n(x) Y''_n(x) - Y'_n(x) J''_n(x) = 0$$

avec

$$Y''_n(x) = \frac{(n^2 - x^2) Y_n(x) - x Y'_n(x)}{x^2} \quad (\text{équation de Bessel})$$

et

$$J''_n(x) = \frac{(n^2 - x^2) J_n(x) - x J'_n(x)}{x^2}$$

d'où

$$J'_n(x) Y''_n(x) - Y'_n(x) J''_n(x) = \frac{n^2 - x^2}{x^2} \left[J'_n(x) Y_n(x) - J_n(x) Y'_n(x) \right] = 0$$

La quantité entre crochets est le Wronskien de l'équation de Bessel.

Deux solutions d'une équation différentielle linéaire du second ordre ne sont linéairement indépendantes que si leur Wronskien n'est pas identiquement nul. On sait que $J_n(x)$ et $Y_n(x)$ sont des solutions linéairement indépendantes; le crochet ne peut donc être identiquement nul. On peut d'ailleurs démontrer que ⁽⁶¹⁾

$$J'_n(x) Y_n(x) - J_n(x) Y'_n(x) = \frac{2}{x}$$

Le Wronskien étant différent de zéro, la relation ne peut être vérifiée que si $n = x$, ce que nous voulions démontrer.

Les racines $x_n^{(i)}$ de l'équation (15') sont données par le développement de MAC-MAHON suivant :

$$x_n^{(i)} = \delta + \frac{p'}{\delta} + \frac{q' - p'^2}{\delta^3} + \frac{r' - 4p'q' + 2p'^3}{\delta^5} + \dots$$

avec

$$\delta = \frac{i \pi}{K - 1}, \quad p' = \frac{4n^2 + 3}{8K}$$

$$q' = \frac{4 \left[(4n^2)^2 + 46 (4n^2) - 63 \right] (K^3 - 1)}{3 (8K)^3 (K - 1)}$$

$$r' = \frac{32 \left[(4n^2)^3 + 185 (4n^2)^2 - 2053 (4n^2) + 1899 \right] (K^5 - 1)}{5.8 K (K - 1)}$$

M.D.O. NORTH a remarqué que la première des racines de l'équation (15') n'était pas donnée par ce développement de $x_n^{(i)}$ sauf pour $n = 0$.

Les premières racines ont été calculées pour $n = 1, 2, 3, 4$ par R. TRUELL⁽⁶²⁾. Comme pour les modes T.I., H.B. DWIGHT a donné un certain nombre de racines concernant l'équation (15'). Comme précédemment, nous avons dû en calculer d'autres ne figurant pas dans les tables.

L'ensemble des calculs numériques a été effectué sur une machine électronique γ . E. T. Bull au Laboratoire de calcul automatique I.M.S.A.C.

Les résultats concernant les modes T.E. sont consignés dans les tableaux qui suivent (pages 145, 146, 147) et sur la figure 62.

Les conclusions que nous avons tirées sur la position relative des différentes courbes TM_{ni} sont encore valables pour les modes TEn_i sauf, toutefois, pour celles d'indice $i = 1$ (TEn_1) qui doivent être considérées séparément. L'existence de racines particulières, dont nous avons parlé, laisse prévoir cette anomalie.

Les courbes "origine" sont données ici par les courbes TEO_i ; nous avons démontré qu'elles sont identiques aux courbes TM_{li} . Etant données les analogies de forme et une distribution des courbes TEn_i ($i \neq 1$) et TM_{ni} dans le plan, nous ne poursuivrons pas plus avant cette étude.

Nous avons limité arbitrairement le graphique aux courbes TEn_2 dans lesquelles $n \leq 3$.

Les courbes TEn_1 ont une ordonnée finie pour $K = 1$. Cette propriété les distingue des courbes des autres modes. Mise à part cette particularité,

TE _{n1}	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$	$n=6$	$n=7$
K	$\left(\frac{x_1^{(1)}}{2\pi}\right)^2$	$\left(\frac{x_2^{(1)}}{2\pi}\right)^2$	$\left(\frac{x_3^{(1)}}{2\pi}\right)^2$	$\left(\frac{x_4^{(1)}}{2\pi}\right)^2$	$\left(\frac{x_5^{(1)}}{2\pi}\right)^2$	$\left(\frac{x_6^{(1)}}{2\pi}\right)^2$	$\left(\frac{x_7^{(1)}}{2\pi}\right)^2$
1,0	0,02533	0,1013	0,2280	0,405283	0,633255	0,911887	1,24118
1,1	0,02301	0,09192	0,2069	0,367865	0,574776	0,827618	1,12649
1,2	0,02098	0,08400	0,1889	0,335675	0,524319	0,754716	1,02676
1,3	0,01926	0,07704	0,1731	0,307439	0,479702	0,689597	0,936743
1,4	0,01775	0,07090	0,1592	0,282203	0,439311	0,629788	0,852784
1,5	0,01641	0,06550	0,1468	0,259300	0,402108	0,573889	0,773299
1,6	0,01525	0,06070	0,1354	0,238295	0,367551	0,521490	0,698510
1,8	0,01324	0,05238	0,1158	0,201068	0,305882	0,428340	0,567360
2,0	0,01161	0,04555	0,09920	0,169605	0,254451	0,352620	0,463859
2,5	0,00867	0,03275	0,06838	0,113076	0,166165	0,227791	0,298107
3,0	0,00669	0,02418	0,04880	0,0792872	0,115754	0,158342	0,207079
3,5	0,00529	0,01839	0,03623	0,0583989	0,0850939	0,116348	0,152144
4,0	0,00428	0,01432	0,02782	0,0447457	0,0651587	0,0890809	0,116486
5,0	0,00295	0,00933119	0,0178650	0,0286476	0,0417035	0,0570122	0,0745511

$TE n_2$	$n=1$	$n=2$	$n=3$
K	$\left(\frac{x_1^{(2)}}{2\pi}\right)^2$	$\left(\frac{x_2^{(2)}}{2\pi}\right)^2$	$\left(\frac{x_3^{(2)}}{2\pi}\right)^2$
1,0	∞	∞	∞
1,1	25,040	25,110	25,225
1,2	6,2871	6,3511	6,4574
1,3	2,8120	2,8716	2,9708
1,4	1,5949	1,6506	1,7439
1,5	1,0298	1,08278	1,17130
1,6	0,7228	0,772896	0,857392
1,8	0,4167	0,462030	0,540241
2,0	0,2728	0,315868	0,389245
2,5	0,1298	0,166835	0,230121
3,0	0,07828	0,110656	0,163702
3,5	0,05358	0,0817823	0,124669
4,0	0,03964	0,0639819	0,0979666
5,0	0,02494	0,0427415	0,0642595

$TE n_3$	$n=1$	$n=2$	$n=3$
K	$\left(\frac{x_1^{(3)}}{2\pi}\right)^2$	$\left(\frac{x_2^{(3)}}{2\pi}\right)^2$	$\left(\frac{x_3^{(3)}}{2\pi}\right)^2$
1,0	∞	∞	∞
1,1	100,041	100,108	100,223
1,2	25,0366	25,1004	25,2057
1,3	11,1451	11,2040	11,3022
1,4	6,2817	6,3364	6,4275
1,5	4,0296	4,0809	4,1663
1,6	2,8056	2,8542	2,9345
1,8	1,5874	1,6308	1,703
2,0	1,0223	1,060	1,127
2,5	0,46256	0,490	0,552
3,0	0,26525	0,293	
3,5	0,17324	0,199	
4,0	0,12282		
5,0	0,07205		

TE_{n4}	$n=1$	$n=2$	$n=3$
K	$\left(\frac{x_1^{(4)}}{2\pi}\right)^2$	$\left(\frac{x_2^{(4)}}{2\pi}\right)^2$	$\left(\frac{x_3^{(4)}}{2\pi}\right)^2$
1	∞	∞	∞
1,1	225,038	225,110	225,225
1,2	56,2870	56,3503	56,4555
1,3	25,0340	25,0924	25,1903
1,4	14,0942	14,1486	14,2394
1,5	9,0296	9,0804	9,1654
1,6	6,2778	6,3256	6,4053
1,8	3,5404	3,5832	3,6544
2,0	2,2721	2,3111	2,3755
2,5	1,0179	1,0516	1,103
3,0	0,57754	0,6045	0,646
3,5	0,37296	0,3964	
4,0	0,26144	0,281	
5,0	0,14994		

TE_{n5}	$n=1$	$n=2$	$n=3$
K	$\left(\frac{x_1^{(5)}}{2\pi}\right)^2$	$\left(\frac{x_2^{(5)}}{2\pi}\right)^2$	$\left(\frac{x_3^{(5)}}{2\pi}\right)^2$
1,0	∞	∞	∞
1,1	400,038	400,108	400,223
1,2	100,037	100,100	100,205
1,3	44,4784	44,5372	44,6342
1,4	25,0314	25,0860	25,1766
1,5	16,0295	16,0803	16,1649
1,6	11,1387	11,1864	11,2650
1,8	6,2745	6,3171	6,3880
2,0	4,0221	4,0606	4,1248
2,5	1,7955	1,8270	1,879
3,0	1,0150	1,0408	1,085
3,5	0,65286	0,6755	0,717
4,0	0,45573	0,476	0,513
5,0	0,2590		

les courbes TE_{ni} se succèdent sans anomalie lorsque n croît. n peut prendre une valeur entière aussi grande que l'on veut, mais nous avons choisi une limite qui nous a paru raisonnable et compatible avec la majorité des problèmes à résoudre ; c'est pourquoi nous nous sommes bornés à faire varier n de 0 à 7.

Les modes TE_{ni} sont représentés par les courbes en trait plein.

Les courbes en trait pointillé montrent l'identité des modes TE_{0i} et TM_{1i} (figure 62).

REMARQUE :

Le mode T.E.M. a une longueur d'onde de coupure infinie ; le rapport $\frac{R_1}{\lambda_c}$ est nul quel que soit K . L'axe des K est la courbe représentative du mode T.E.M.

Il résulte de tout ce qui précède que le graphique $(\frac{R_1}{\lambda_c})^2$ fonction de K , représentatif de tous les modes pouvant exister dans un coaxial est complet dans toute la portion de plan située à gauche des courbes : TE_{71} , TM_{41} , TE_{32} et la verticale d'abscisse $K = 4,5$.

§ VI - UTILISATION DU GRAPHIQUE $(\frac{R_1}{\lambda_c})^2 = F(K)$:

Supposons que nous disposions d'un coaxial donné de rayons R_1 et R_2 et que nous recherchions son comportement vis-à-vis d'un générateur de fréquence f (λ étant la longueur d'onde correspondante en espace libre).

Les modes possibles sont donnés par toutes les intersections de la verticale d'abscisse $K = \frac{R_2}{R_1}$ avec les courbes dont les ordonnées sont inférieures à $(\frac{R_1}{\lambda})^2$.

Chaque intersection permet de déterminer directement la valeur de $(\frac{R_1}{\lambda_c})^2$ pour chacun des modes possibles et par suite, la valeur de λ_c et celle de λ_g .

Ainsi, le graphique donne instantanément une idée des propagations possibles avec leurs caractéristiques : longueur d'onde de coupure et longueur d'onde de phase.

Le problème est généralement posé sous une forme un peu différente.

On veut déterminer , pour une fréquence donnée , les dimensions d'un coaxial pour qu'un nombre minimum de modes différents puisse seulement se propager. Il suffit de se reporter au graphique pour constater qu'il est impossible de se fixer , à priori , des modes arbitraires. Ceux-ci sont obligatoirement imposés dans un ordre déterminé par les valeurs de K . Pour des conditions données il existe généralement plusieurs solutions . Des considérations mécaniques incitent souvent à choisir une solution plus avantageuse que les autres.

La construction du polarimètre à double excitation nous a fourni un tel exemple.

§ VII - CONFIGURATION DES LIGNES DE CHAMP ELECTRIQUE ET REPARTITION DE LA PUISSANCE DANS UN GUIDE COAXIAL :

L'étude des lignes de champ électrique et de la répartition de la puissance qui se propage à l'intérieur d'un coaxial peut nous fournir des renseignements importants. En particulier , dans une cavité résonnante coaxiale, elle nous permet de choisir parmi les différents modes possibles ceux qui sont les mieux adaptés à l'étude d'un phénomène déterminé.

Nous porterons notre attention sur l'étude des modes T.E.M. et TEN_i qui ont été très souvent utilisés dans la cavité coaxiale du polarimètre.

1°) - Etude du mode T.E.M. :

a) - Lignes de champ électrique :

L'existence de la seule composante E_ρ du champ électrique montre que les lignes de force sont radiales.

b) - Lignes à "puissance constante" :

Ces lignes sont les lieux géométriques des points , situés dans un plan de section droite du guide d'onde, pour lesquels la composante P_z du vecteur de Poynting est constante.

Pour le mode T.E.M. , le vecteur de Poynting n'a qu'une seule composante, celle suivant l'axe Oz donnée par

$$P_z = E_\rho \cdot H_\varphi$$

En rassemblant , sous un même symbole, les facteurs constants et le

terme de propagation, nous écrivons :

$$E_{\rho} = \frac{M}{\rho} \quad H_{\varphi} = \frac{N}{\rho}$$

$$\text{et } P_z = \frac{M.N}{\rho^2}$$

Le module du vecteur de Poynting est maximum pour $\rho = R_1$; nous désignons par P_z^0 cette valeur donnée par :

$$P_z^0 = \frac{M.N}{R_1^2}$$

on peut alors écrire :

$$\frac{P_z^0}{P_z} = K'^2 \quad \text{en posant } K' = \frac{\rho}{R_1}$$

Comme nous l'avons déjà fait pour les guides circulaires , nous appellerons atténuation de puissance un nombre positif A (exprimé en décibel) tel que :

$$A = 10 \log \frac{P_z^0}{P_z} \quad \frac{P_z^0}{P_z} = 10^{A/10}$$

Ainsi, les lignes à puissance constante du mode T.E.M. sont données par la relation

$$\rho = R_1 10^{A/20}$$

Ce sont des cercles concentriques centrés sur l'axe du guide coaxial.

2°) - Etude des modes TEni :

a) - Lignes de champ électrique :

La composante E_z étant nulle, les lignes de force sont situées dans un plan de section droite du coaxial.

Ecrivons qu'en tout point , l'élément de courbe de composantes $d\rho$ et $\rho d\varphi$ est parallèle au champ de composantes E_{ρ} et E_{φ} :

$$\frac{d\rho}{E_{\rho}} = \frac{\rho d\varphi}{E_{\varphi}}$$

Soit, après simplification :

$$\frac{\tau_n^{(i)} \left[J_n'(\tau_n^{(i)} \rho) + P_n^{(i)} Y_n'(\tau_n^{(i)} \rho) \right] d\rho}{J_n(\tau_n^{(i)} \rho) + P_n^{(i)} Y_n(\tau_n^{(i)} \rho)} = \frac{-n \cos n \varphi d\varphi}{\sin n \varphi}$$

avec

$$P_n^{(i)} = - \frac{J_n'(\tau_n^{(i)} R_1)}{Y_n'(\tau_n^{(i)} R_1)}$$

L'équation différentielle précédente est à variables séparées ; son intégration est immédiate si l'on remarque que les numérateurs sont les dérivées des dénominateurs . Finalement , on peut écrire l'équation générale d'une ligne de force du champ électrique sous la forme :

$$\left[J_n(\tau_n^{(i)} \rho) + P_n^{(i)} Y_n(\tau_n^{(i)} \rho) \right] \sin n \varphi = C$$

C est une constante arbitraire.

On connaît $\tau_n^{(i)}$ par la relation :

$$\tau_n^{(i)} = \frac{2 \pi}{\lambda_{c, TE n i}}$$

Les fonctions J_n' et Y_n' nécessaires pour le calcul de $P_n^{(i)}$, sont données à partir des fonctions J et Y par les relations de récurrence classiques entre fonctions de Bessel.

Une table de valeurs numériques des fonctions de Bessel permet, pour un mode TE_{ni} donné, de tracer point par point les lignes de champ.

Afin de simplifier l'écriture nous posons :

$$\xi_n^{(i)} = \left[J_n(\tau_n^{(i)} \rho) + P_n^{(i)} Y_n(\tau_n^{(i)} \rho) \right]$$

L'équation d'une ligne de force s'écrit alors :

$$\sin n \varphi = \frac{C}{\xi_n^{(i)}}$$

$\xi_n^{(i)}$ est une fonction de ρ seulement pour i et n donnés. C doit satisfaire à la relation d'inégalité $\frac{C}{\xi_n^{(i)}} \leq 1$

Deux cas peuvent se présenter :

$\frac{C}{\xi_n^{(i)}} \leq 1$ pour toutes valeurs de $\xi_n^{(i)}$ depuis $(\xi_n^{(i)})_{\rho=R_1}$ jusqu'à

$(\xi_n^{(i)})_{\rho=R_2}$. Dans ce cas, la ligne de force part d'un conducteur pour a-

boutir sur l'autre.

$\frac{C}{\xi_n^{(i)}}$ peut prendre des valeurs supérieures à 1 pour certaines valeurs de

$\xi_n^{(i)}$. Lorsqu'il en est ainsi, la ligne de force correspondante revient sur le conducteur de départ.

Pour faciliter la construction graphique, on peut remarquer que chaque composante du champ électromagnétique s'annule $2n$ fois, lorsque φ varie de 0 à 2π dans un plan de section droite du guide coaxial. n représente donc le nombre d'axes de symétrie du champ électromagnétique dans ce plan.

En faisant abstraction du sens des lignes de force, il existe alors $2n$ symétries.

Nous choisissons des valeurs de C de telle manière que les lignes de champ soient régulièrement espacées sur les graphiques.

b) - Lignes à puissance constante :

Nous calculons la composante P_z à partir des composantes E_ρ , E_φ , H_ρ et H_φ par la relation de produit vectoriel

$$P_z = E_\rho \cdot H_\varphi - E_\varphi \cdot H_\rho$$

Nous poserons :

$$M = j H_0 l^2 k \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} e^{j(kct - \gamma z)}$$

$$N = j H_0 l^2 \gamma e^{j(kct - \gamma z)}$$

$$\xi_n^{(i)} = J_n(\zeta_n^{(i)} \rho) + P'_n{}^{(i)} Y_n(\zeta_n^{(i)} \rho)$$

$$\xi_n'^{(i)} = J'_n(\zeta_n^{(i)} \rho) + P'_n{}^{(i)} Y'_n(\zeta_n^{(i)} \rho)$$

Dans ces conditions on peut écrire P_z sous la forme :

$$P_z = \frac{M \cdot N}{\rho^2} \left[n^2 (\xi_n^{(i)})^2 \cos^2 n \varphi + (\zeta_n^{(i)} \rho)^2 (\xi_n'^{(i)})^2 \sin^2 n \varphi \right]$$

Nous appellerons P_z^0 la valeur du vecteur de Poynting pour $\varphi = 0$ et $\rho = R_1$.

$$P_z^0 = \frac{M \cdot N}{R_1^2} n^2 (\xi_n^{(i)})^2 \rho = R_1$$

P_z^0 est d'ailleurs la plus grande valeur que puisse prendre P_z .

Après avoir remplacé $\frac{\rho}{R_1}$ par K' , on peut écrire :

$$\frac{P_z}{P_z^0} = \frac{1}{K'^2 n^2 (\xi_n^{(i)})^2 \rho = R_1} \left[n^2 (\xi_n^{(i)})^2 \cos^2 n \varphi + (\zeta_n^{(i)} \rho)^2 (\xi_n'^{(i)})^2 \sin^2 n \varphi \right]$$

Nous définirons l'atténuation comme dans le cas du mode T.E.M. par la relation :

$$\frac{P_z^0}{P_z} = 10^{A/10}$$

Finalement la relation donnant les lignes à puissance constante est

$$\operatorname{tg} n \varphi = \sqrt{\frac{K'^2 (\xi_n^{(i)})^2 \rho = R_1}{10^{A/10}} - (\xi_n^{(i)})^2} \cdot \frac{(\zeta_n^{(i)} \rho)^2 (\xi_n'^{(i)})^2 K'^2 (\xi_n^{(i)})^2 \rho = R_1}{n^2 - 10^{A/10}}$$

Toutes les quantités figurant sous le radical sont calculables pour une valeur donnée de ρ . On peut alors tracer, point par point, les lignes à puissance constante.

Nous devons considérer deux cas :

- La quantité sous le radical reste positive pour $R_1 \leq \rho \leq R_2$. La ligne à puissance constante correspondante joint les deux conducteurs.
- La quantité sous le radical devient négative pour certaines valeurs de ρ . La ligne à puissance constante comporte , suivant les cas , soit une seule courbe , soit deux courbes distinctes . Chaque ligne ou portion de ligne à puissance constante est caractérisée par le fait qu'elle revient toujours sur son conducteur de départ. .

L'étude détaillée du fonctionnement du polarimètre coaxial nous a déjà fourni l'occasion d'utiliser l'ensemble des résultats précédents.

CHAPITRE SECOND

LA GALVANOPLASTIE

ET SON APPLICATION A LA REALISATION D'UN BANC DE

POLARIMETRIE EN ONDES CENTIMETRIQUES

§ I - LA GALVANOPLASTIE SUR DURALUMIN

1°) - Principe de la méthode

- a) - Traitement de la surface du mandrin -
Oxydation anodique
- b) - Conditions à réaliser pour effectuer
le dépôt de cuivre

2°) - Le matériel employé

3°) - L'extraction du mandrin

§ II - LA GALVANOPLASTIE SUR PLEXIGLAS ARGENTE

1°) - Le plexiglas et ses avantages

2°) - Argenture du plexiglas

3°) - Pièces diverses réalisées au laboratoire par cette méthode

§ I - LA GALVANOPLASTIE SUR DURALUMIN

Les difficultés rencontrées pour se procurer du guide circulaire d'un diamètre déterminé nous ont conduits à envisager sa fabrication par un procédé électrolytique.

La manière la plus simple consiste à tourner un mandrin de duralumin dont le diamètre correspond au diamètre intérieur du guide désiré . On réalise un polissage soigné de la pièce et on la soumet à une électrolyse dans un bain de sulfate de cuivre . On dissocie ensuite la pièce de son support par action d'un bain de soude sur l'aluminium ; la solution sodique est sans effet sur le cuivre.

Si l'on opère sans précaution spéciale , le résultat n'est pas celui escompté. L'intérieur du guide n'est pas aussi régulier que la surface initiale du mandrin. De multiples petites déformations , certainement inférieures au centième de millimètre , sont apparentes lorsque l'on regarde par réflexion la surface interne du guide . D'autre part , cette surface laisse apparaître des traces noirâtres dans les creux ainsi formés.

Nous avons longtemps recherché la cause de ce phénomène pour l'attribuer finalement à la présence d'ions sodium dans les bains électrolytiques. Cette idée directrice nous a permis de mettre au point une méthode qui nous a donné de très bons résultats.

1°) - Principe de la méthode :

a) - Traitement de la surface du mandrin - Oxydation anodique:

La pièce de duralumin est usinée et polie avec le plus grand soin ; le résultat final dépend, en grande partie, de l'état de la surface.

On effectue un léger dégraissage avec un tampon de coton imbibé d'alcool. Après évaporation complète de l'alcool, on effectue une oxydation anodique de la pièce dans un bain d'eau et d'acide sulfurique dont la concentration correspond à 94 cc d'acide par litre . On doit utiliser de l'eau distillée et de l'acide sulfurique pur.

Ce bain est placé dans une éprouvette suffisamment haute pour immerger complètement la pièce à oxyder qui occupera la partie centrale du récipient . Le long de la paroi du verre sera disposée une électrode en cuivre rouge.

On relie alors la pièce en duralumin au pôle positif d'une batterie d'accumulateurs de 40 volts environ et l'électrode en cuivre au pôle négatif par l'intermédiaire d'une résistance et d'un ampèremètre . On réalise ainsi l'électrolyse de l'eau avec dégagement de l'oxygène naissant sur la pièce à oxyder. L'intensité du courant n'est pas critique; elle est d'ailleurs limitée par la résistance interne du voltamètre , qui croît si l'intensité du courant tend à augmenter.

Le duralumin qui est un alliage aluminium-cuivre-magnésium-manganèse voit son composant principal , l'aluminium , s'oxyder. La couche d'alumine est très résistante aux agents chimiques et particulièrement à la soude pouvant provenir des ions sodium contenus éventuellement dans les solutions de sulfate de cuivre ou d'acide sulfurique . Outre cet avantage , l'oxydation produit un excellent décapage de la pièce.

Cette opération ne doit pas être poursuivie longtemps . Une durée d'un quart d'heure à une demi-heure constitue un temps moyen. Au-delà de cette limite, l'état de surface du mandrin est altéré et la couche d'alumine devient trop importante pour permettre une bonne électrolyse . Il faut aussi tenir compte du fait que cette couche d'oxyde n'est pas attaquée lors de la dissociation du mandrin.

L'opération précédente doit être juste suffisante pour diminuer fortement la réactivité de l'aluminium vis-à-vis des traces de soude qui peuvent se former.

On a avantage à réaliser des bains de concentration d'autant plus basse que l'on désire un dépôt d'alumine moins poreux⁽⁶³⁾. La concentration du bain, donnée précédemment, autorise la fabrication de pièces de bonne qualité.

En pratique , il est recommandé de retourner la pièce au milieu de l'opération car la partie supérieure s'oxyde plus que la partie inférieure. L'oxygène monte sous forme de bulles le long de la surface du mandrin pour s'échapper dans l'air . La concentration en oxygène est plus forte à la partie supérieure du récipient; il est donc nécessaire de retourner la pièce pour obtenir une oxydation aussi homogène que possible.

Après ce premier traitement , la pièce est prête à recevoir le dépôt de cuivre . On doit la manipuler avec soin en évitant de toucher la surface ainsi préparée.

b) - Conditions à réaliser pour effectuer le dépôt de cuivre :

Le bain employé doit posséder un certain nombre de qualités (64) :

- une bonne conductivité pour éviter un effet Joule trop important ;
- une bonne concentration en ions Cu^{++} ;
- une bonne stabilité de concentration , sinon son utilisation demanderait un travail analytique incessant pour ramener les bains à leur composition correcte.

Parfois les quantités de métal qui se dissolvent à l'anode sont différentes de celles qui se déposent à la cathode; ces phénomènes sont fréquents lorsqu'on utilise des bains de cyanures. Nous laisserons de côté ces derniers qui impliquent , dans le cas d'un dépôt de cuivre , l'utilisation d'un cyanure de cuivre insoluble dans l'eau . Généralement, on le solubilise en ajoutant du cyanure de sodium mais nous introduisons ainsi dans le bain des ions sodium en grande quantité. Ils ne manqueront pas de réagir sur l'aluminium par la moindre faille de la pellicule d'alumine . L'introduction des ions sodium est contraire à notre idée générale. L'expérience a confirmé ces hypothèses et nous a conduits à proscrire l'emploi des bains cyanurés.

Les solutions à peu près neutres ne peuvent être utilisées car elles conduisent à des variations importantes du pH des bains au cours de l'électrolyse.

Les bains électrolytiques sont classés en deux groupes :

- dans le premier , le métal est engagé dans un ion complexe ; c'est le cas du cyanure de cuivre que nous avons éliminé ;
- dans le second, le métal est engagé dans un sel simple.

Ces solutions sont , en général , stables et bien ionisées . Lors de l'électrolyse , il se dissout alors sensiblement autant de métal à l'anode qu'il s'en dépose à la cathode. Une caractéristique de ces bains est leur inaptitude à déposer un métal avec une bonne adhérence sur un autre métal beaucoup plus électronégatif que lui. Cette propriété ne peut que favoriser le démoulage de notre pièce.

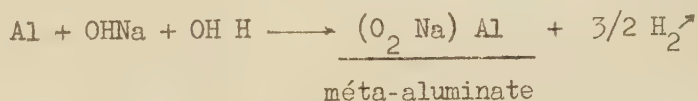
La densité de courant utilisée au début de la manipulation est de l'ordre de $0,1 \text{ A/dm}^2$; il est possible de l'augmenter notablement en cours d'opération.

Nous avons employé un bain contenant :

- 250 g/l de sulfate de cuivre
- 50 g/l d'acide sulfurique.

Les produits à utiliser sont des produits purs . Il est très important de préparer ces solutions avec de l'eau distillée. Les ions sodium, provenant en grande partie de l'eau de Javel qui peut être mélangée à l'eau ordinaire, produisent une attaque de la surface du mandrin.

On peut expliquer facilement le processus chimique des réactions. Lorsque les ions sodium arrivent sur le mandrin , ils se combinent avec l'eau pour former de la soude. Au contact de l'aluminium on a alors la réaction



Il y a dégagement d'hydrogène et formation d'un aluminate de sodium. Tant que la première pellicule de cuivre n'est pas devenue parfaitement étanche il y a formation d'hydrogène entre le mandrin et la mince couche de cuivre qui tend à se soulever du fait de sa fragilité pour former de petites poches d'hydrogène . Ceci explique en particulier la forme des inégalités de surface observées. Quant aux taches noirâtres, elles sont constituées vraisemblablement par les produits résiduels de la réaction.

Les phénomènes précédents ont lieu à une échelle très petite du fait de la présence d'ions Na^+ en quantité très faible ; les irrégularités produites sont très peu accusées mais visibles par réflexion.

Il résulte de ce qui précède que l'oxydation anodique constitue une précaution supplémentaire et une meilleure chance de succès dans le cas où il subsisterait quelques ions sodium dans le bain électrolytique. Le résultat de l'électrolyse dépend du soin que l'opérateur apporte à la réalisation de l'ensemble de ces conditions.

Afin d'éviter la préparation de grandes quantités de produits purs, on peut effectuer le dépôt de cuivre initial dans une cuve de faible volume. Dès que le mandrin est recouvert d'une couche de cuivre suffisante pour le protéger , on peut le transporter dans une autre cuve où le bain est fabriqué avec des produits du commerce . Ceci permet au bain initial de servir de nombreuses fois.

2°) - Le matériel employé :

Ce matériel comporte (figure 63, page 162) :

- un dispositif tournant ;
- une alimentation en courant redressé ;
- une cuve à électrolyse.

Si l'on veut obtenir un dépôt de cuivre régulier , on doit donner à la pièce à métalliser un mouvement de rotation. Pour cela, nous avons utilisé un mandrin de perceuse qui permet, en outre, de serrer entre ses mords la pièce à cuivrer. Le bâti de l'ensemble sert de conducteur de courant.

Une poulie solidaire du système mobile est entraînée par un moteur tournant à mille cinq cents tours par minute . Une démultiplication par courroie isole le bâti du moteur et permet d'obtenir une vitesse de rotation de l'ordre de deux tours par seconde.

Le système électrique comporte un transformateur dont le secondaire permet d'obtenir, au choix, 6 - 12 - 18 - 24 volts avec un débit de l'ordre de 10 Ampères. Ce secondaire alimente un redresseur en pont pouvant débiter 10 Ampères sous une vingtaine de volts.

Le pôle négatif est relié au bâti tandis que le pôle positif est réuni à une plaque de cuivre rouge par l'intermédiaire d'un ampèremètre et d'une résistance variable . Le réglage de l'intensité du courant s'effectue soit à l'aide du contacteur sur le secondaire du transformateur soit, plus progressivement, par action sur la résistance variable.

La cuve électrolytique est constituée par un récipient en verre de hauteur suffisante pour nous permettre la réalisation de pièces pouvant atteindre 40 cm de longueur.

L'anode est formée de plaques épaisses de cuivre rouge disposées le long des parois de verre de la cuve.

Un filtre constitué par de la laine de verre comprimée, placée entre deux cylindres de matière isolante perforée , permet d'empêcher les impuretés solides, libérées par l'anode, d'aller se déposer sur la pièce à métalliser.

Nous avons, en effet, constaté qu'en l'absence de filtre, la rotation du mandrin entraîne une agitation du bain qui détache des impuretés de l'anode. Ces dernières peuvent venir adhérer sur la pièce à cuivrer. Le métal

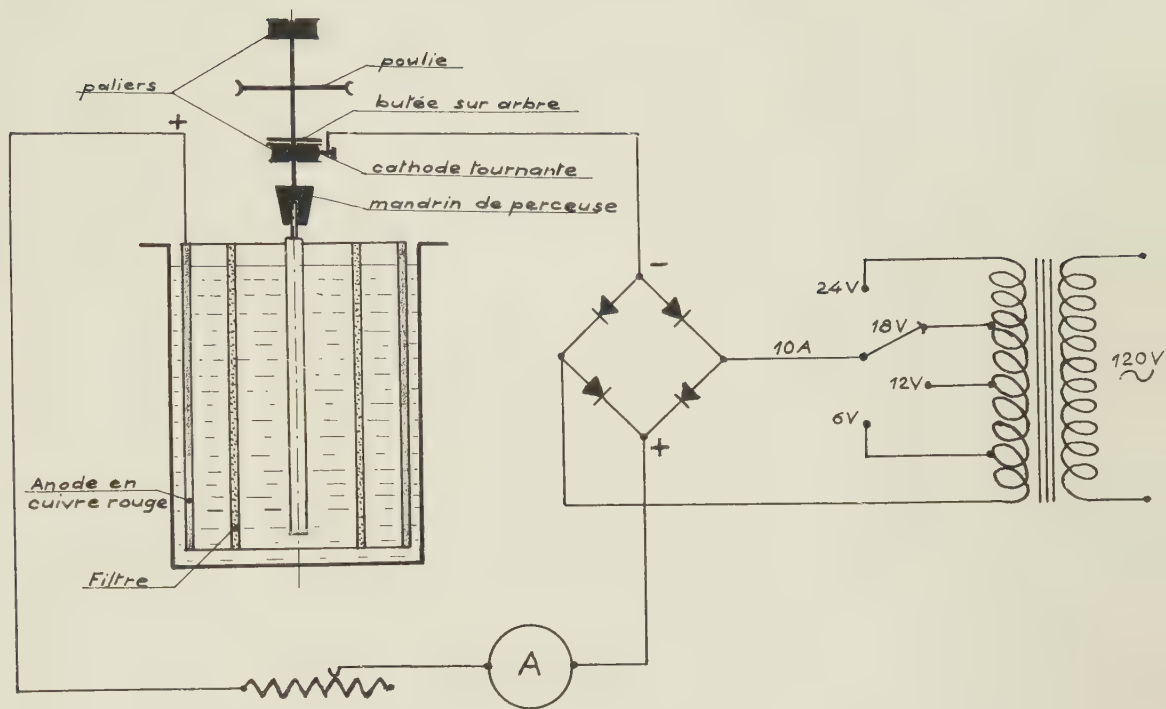


Figure 63 schéma du dispositif de galvanoplastie

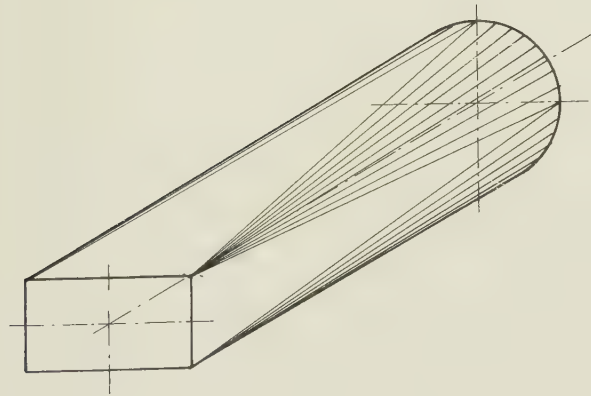


Figure 64

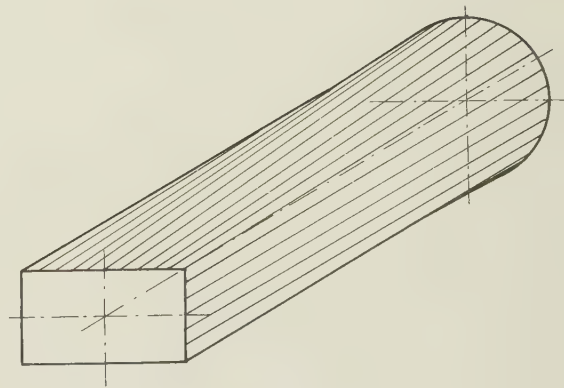


Figure 65

ne se dépose plus en de tels endroits et le phénomène ne fait que s'accroître en cours d'électrolyse . Le filtre nous a permis d'obtenir un dépôt de cuivre très régulier. L'homogénéité du dépôt est fonction de la densité de courant ; la fabrication d'un guide circulaire qui ne nécessite pas une surface extérieure aussi parfaite que sa surface intérieure permet d'utiliser une densité de courant de $0,3 \text{ A/dm}^2$.

Dans ces conditions, un dépôt de cuivre de 2 mm d'épaisseur, sur un mandrin de diamètre 21 mm et de longueur 400 mm, demande de 75 à 80 heures.

3°) - L'extraction du mandrin :

Le dépôt de cuivre étant jugé suffisant, on a généralement la possibilité (au tour par exemple) de diminuer au maximum la quantité de métal du support. Dans le cas d'un guide circulaire on peut percer, de part en part, le mandrin de manière à ne laisser qu'une faible épaisseur de duralumin, de l'ordre du millimètre, pour protéger la surface intérieure du guide.

On achève alors l'extraction par la soude.

Nous disposons d'un récipient en cuivre rouge (le verre serait attaqué), ayant la forme d'une éprouvette, dans lequel nous mettons le guide et une solution de soude . La réaction est vive et le démoulage est complet au bout de deux à trois heures.

Nous avons réalisé ainsi plusieurs mètres de guide circulaire par tronçons de 40 cm de longueur (65).

§ II - LA GALVANOPLASTIE SUR PLEXIGLAS ARGENTE (66) :

1°) - Le plexiglas et ses avantages :

La réalisation d'un modèle peut donner lieu à une forme de matrice qu'il est difficile de réaliser sur une pièce métallique dans un atelier qui n'est pas spécialement outillé pour les travaux de grande précision. Par exemple, un passage progressif de guide rectangulaire en guide circulaire nécessite, dans les cas les plus simples, soit une surface réglée, soit un ensemble de surfaces planes et coniques (figures 64 et 65).

Outre ces difficultés , le polissage d'un métal est long et délicat. Souvent, il ne peut pas être réalisé par des machines adaptées.

Un dépôt de cuivre par électrolyse, effectué sur un mandrin de dura-

lumin conducteur, nécessite la destruction du support par la soude. La réaction est fortement exothermique et la température s'élève beaucoup au cours de cette opération, pouvant même dépasser 100°C ; il en résulte une déformation plus ou moins importante de la pièce.

Dans le travail de précision sur les guides d'onde, nous avons souvent besoin de pièces diverses avec des côtes intérieures extrêmement précises (mieux que le $0,01\text{ mm}$) et des surfaces parfaitement polies; un poli spéculaire est souhaitable.

La méthode par galvanoplastie sur plexiglas argenté permet de répondre à ces exigences.

En utilisant un mandrin de plexiglas, l'usinage est facilité par le fait que nous avons employé une matière très tendre dont le polissage est obtenu plus rapidement et grâce à un travail à la main tel qu'on peut le réaliser dans un laboratoire avec un outillage restreint. Mais le support doit être rendu conducteur et être éliminé ensuite. Pour enlever le plexiglas, il existe de nombreux solvants mais, plongé dans chacun d'eux, il gonfle, devient gélatineux et ne se dissout pas franchement.

Dans toutes nos réalisations (guides circulaires, transformateurs de guides), il nous a été possible, une fois le dépôt terminé, de percer le plexiglas de part en part. Il nous a suffi, ensuite, de plonger le tout dans le chloroforme : le plexiglas gonfle et obstrue l'orifice. Avec une tige métallique recouverte d'un morceau de coton hydrophile, afin d'éviter les rayures lorsqu'on se rapproche du métal, on repousse le plexiglas gélatineux à l'intérieur de la structure.

On recommence l'opération jusqu'à disparition complète du plexiglas ce qui est assez rapide, de l'ordre de quelques heures.

L'élimination de la matière se fait ainsi à froid.

2°) - Argenture du plexiglas :

N'importe quel métal peut évidemment rendre conductrice la surface du plexiglas. Nous avons choisi l'argent car c'est un excellent conducteur qui a l'avantage d'adhérer au cuivre (l'argent a une électropositivité voisine de celle du cuivre) et de bien se vaporiser sous vide.

Nous avons fait des essais en vaporisant de l'aluminium à l'aide

d'une spirale de tungstène. Ce métal peut donner des surfaces très réfléchissantes mais il faut beaucoup d'énergie et le métal fondu attaque le filament qui se coupe. Dans ce cas, il faudrait utiliser des spirales spécialement traitées.

Le cuivre se vaporise bien, mais il a l'inconvénient de se dissoudre lorsqu'on le plonge dans un bain de sulfate de cuivre acide pour galvanoplastie.

Nous avons à notre disposition divers procédés pour réaliser la métallisation :

- argenture par un procédé chimique ;
- argenture par évaporation de métal sous vide.

Le premier procédé est très bon lorsque le support est en verre mais, lorsqu'il s'agit du plexiglas, la couche ne se forme pas ou n'est pas adhérente. La température joue un rôle très important et très critique pour la réaction. Nous avons donc abandonné ce procédé pour celui de l'évaporation sous vide. Dans ce dernier cas, le mandrin reste sensiblement à la température ambiante, comme au cours du dépôt électrolytique.

La pièce à métalliser est placée sous une cloche en verre de 30 cm de diamètre dans laquelle on réalise un vide aussi poussé que possible. Il est très important d'avoir un bon vide si l'on veut un dépôt d'argent très réfléchissant.

Les évaporateurs sont placés le plus près possible de l'axe de révolution de la cloche. Les pièces à métalliser sont disposées de préférence verticalement et au voisinage de la paroi de verre. Dans cette région, l'élévation de la température, au cours de l'argenture, reste négligeable, ce qui n'est pas le cas pour tout le volume de l'enceinte.

En effet, la partie sphérique de cette dernière constitue un miroir concave d'autant meilleur que la métallisation devient plus poussée. Les lois de l'optique permettent de déterminer la position de l'image de l'évaporateur donnée par le miroir. Il y a focalisation des rayons issus de la source en ce point : la température y devient très élevée.

L'expérience nous a montré que, dans une telle région, le plexiglas pouvait se vaporiser. On constate alors une diminution du vide puis l'apparition de vapeurs rousses dans l'enceinte. L'argent perd son aspect métallique brillant. Il devient terne avec des reflets moirés et brunâtres.

Le choix de l'emplacement de la pièce par rapport à l'image de l'évaporateur est donc capital.

La position proposée précédemment reste, en toutes circonstances, en dehors des zones de focalisation.

Toutes ces précautions étant prises, l'apparition de zones ternes indiquerait que l'on a débuté la métallisation avec un vide insuffisant ou avec un évaporateur non exempt d'impuretés. On a donc intérêt à utiliser des pompes à grand débit.

L'évaporateur est constitué par un fil de tungstène enroulé en hélice conique dans lequel on met des morceaux d'argent aussi pur que possible. Un fil de molybdène moins cassant permet de réaliser soi-même ces hélices.

Un courant alternatif de l'ordre de 5 à 15 Ampères (dans le cas où le métal évaporé est l'argent), réglable à l'aide d'un rhéostat, permet d'effectuer plus ou moins rapidement la vaporisation. On a intérêt à faire celle-ci assez lentement pour éviter les projections brutales dues au dégazage éventuel du métal sur la surface à métalliser.

La pièce à argenter doit pouvoir tourner au cours de l'opération par un procédé quelconque: joints tournants ou système d'aimants intérieurs et extérieurs afin d'assurer une métallisation aussi uniforme que possible. Il est bon de nettoyer les évaporateurs en tungstène ou autres métaux par voie électrolytique. Nous utilisons une solution de soude à 10 % et les creusets à nettoyer servent d'électrode ⁽⁶⁷⁾.

L'alimentation électrique est faite en courant alternatif sous quelques dizaines de volts pendant quelques secondes. Les fils sont laissés durant un quart d'heure dans l'eau distillée bouillante pour être séchés ensuite rapidement dans une étuve.

Si l'on n'opère pas de nettoyage électrolytique, on peut chauffer les creusets dans le vide à une température aussi élevée que le permet le point de fusion du métal. Un nettoyage est indispensable pour éliminer le carbone qui se trouve toujours sur les fils de tungstène qui n'ont pas encore servi. Après ce chauffage à haute température, les fils formant les évaporateurs sont beaucoup plus fragiles. Il est possible d'évaporer les métaux dans un creuset réfractaire et de chauffer le métal par haute fréquence. Avant de commencer la

vaporisation de l'argent, il est indispensable que le plexiglas soit bien propre et soigneusement lavé à l'alcool.

Il faut en effet que l'adhérence de l'argent sur le plexiglas, sans être parfaite, soit suffisante pour que dans le bain d'électrolyte, le sulfate de cuivre n'entre pas par capillarité entre la pellicule métallique et le mandrin. Ceci arrive si l'on ne prend pas toutes les précautions nécessaires au nettoyage de ce dernier. Nous obtiendrions alors finalement une pièce acceptable mais avec de légères déformations internes.

La couche d'argent doit aussi être suffisante pour assurer une bonne conductibilité. Une évaporation de 1 gramme d'argent en une demi-heure donne de bons résultats pour une pièce de taille moyenne (15 cm de longueur environ). Si une argenture n'est pas suffisante, ce que nous pouvons contrôler à la transparence plus ou moins grande de la couche, on peut recommencer plusieurs fois. La métallisation terminée, nous plaçons un collier ou une rondelle en bout de mandrin pour assurer le contact électrique entre l'argent et la connexion de cathode.

3°) - Pièces diverses réalisées au laboratoire par cette méthode :

Les matrices de plexiglas se travaillant suffisamment bien nous pourrions les réaliser soi-même, à condition d'y apporter son plus grand soin.

Nous utilisons des racloirs et du papier émeri pour avoir l'ébauche grossière. Nous finissons avec des papiers abrasifs de plus en plus fins.

La pièce terminée et exempte de rayures est alors polie au plexipol à grain fin.

Les matrices dont nous allons parler ne nous ont pas demandé plus d'une journée chacune pour leur usinage.

Nous avons réalisé au laboratoire deux types de transition du mode TEO1 en guide rectangulaire au mode TEl1 en guide circulaire ⁽⁶⁸⁾.

Nous avons choisi un diamètre de guide circulaire (21 mm) tel que le périmètre de la circonférence soit égal au périmètre du guide rectangulaire.

Nous avons réalisé un passage à l'aide d'une surface réglée (figure 64) et un passage utilisant quatre plans s'appuyant sur les quatre faces de la

section rectangulaire et tangents en quatre points à 90° à la section circulaire . Chaque angle de la section rectangulaire est le sommet d'une surface conique (figure 65) . De telles transitions donnent d'excellents résultats du point de vue de la propagation des ondes centimétriques, le taux d'ondes stationnaires a été trouvé meilleur que 0,95 dans une bande allant de 3,1 à 3,3 cm.

Nous avons réalisé également de nombreux guides circulaires.

La méthode est applicable à la réalisation de quarts d'onde et autres pièces de formes particulières utilisées avec les ondes centimétriques se propageant en milieu guidé.

C O N C L U S I O N S

L'ensemble de ce travail comprend trois parties différentes :

- une partie théorique ;
- une partie technique ;
- une partie expérimentale.

- Dans la partie théorique, nous avons été amenés à faire une étude comparative entre le polarimètre à une cavité et une antenne et le polarimètre à pénombre à deux cavités et deux antennes.

Nous avons construit un nouveau type d'appareil à une seule cavité et deux antennes qui s'apparente aux deux précédents . Il emprunte au premier type sa technique de mesure et au second sa meilleure sensibilité, tout en éliminant les difficultés d'équilibrage des deux cristaux.

La réalisation de cet appareil nous a conduits en particulier à faire une étude théorique des guides coaxiaux et à élaborer une méthode simple et pratique pour déterminer leurs dimensions en fonction de données particulières.

Nous avons été également amenés à déterminer les lignes de champ électrique et la répartition de la puissance pour certains modes T.E. dans les coaxiaux ; nous en avons donné une représentation aussi imagée que possible.

- Dans la partie technique, nous avons été conduits à construire au laboratoire la presque totalité de notre appareillage : alimentations stabilisées, atténuateur, ondemètre, stabilisateur de fréquence, polarimètre, électroaimant, amplificateurs.

Nous avons été aussi amenés à réaliser nous-mêmes nos guides circulaires. Dans ce domaine nous avons apporté quelques précisions sur les méthodes de galvanoplastie sur duralumin.

Finalement l'usinage de pièces de formes plus compliquées telles que

la réalisation des biréfringents quart d'onde ou des transitions guide rectangulaire-guide circulaire, nous a fourni l'occasion de mettre au point une nouvelle méthode de galvanoplastie sur plexiglas argenté qui fournit d'excellents résultats.

- Dans la partie expérimentale, nous avons étudié l'effet Faraday dans une série de sels ferriques et chromiques.

Nous avons également envisagé cet effet dans un certain nombre de composés cuivriques mais surtout dans des complexes d' Ag^{++} .

L'existence d'un composé de l'or de formule AuO semble devoir être mise en doute . Nous n'avons pu mettre en évidence son paramagnétisme ni par l'effet Faraday, ni par l'absorption due à la résonance paramagnétique électronique.

Enfin , des expériences récentes sur des cylindres de quartz nous montrent qu'il est sans doute possible d'envisager l'étude de l'action d'autres cristaux sur une onde électromagnétique par une méthode polarimétrique.

B I B L I O G R A P H I E

- 1 - J.C. BOSE, Proc. Roy. Soc. 1898, 63, p. 146.
- 2 - A. GARBASSO, Nuov. Cim. 1902, 4, p. 176.
- 3 - K.P. LINDMAN, Ann. der Phys. 1912, 38, p. 813 ; 1920, 63, p. 621 ;
1922, 69, p. 270 ; 1924, 74, p. 541.
- 4 - C.W. OSEEN, Ann. der Phys. 1915, 48, p. 56.
- 4'- P. LOUDETTE, J. BRETON et A. CHARRU, Journal de Phys. et le Rad. 1956,
17, p. 53 S.
- 5 - P. LOUDETTE, Thèse Doctorat, Bordeaux, Octobre 1956.
- 5'- M.C. VIGNERON, Thèse, Bordeaux, 26 Juin 1961;
Comptes Rendus Acad. des Sc. 1961, 253, p. 251;
Journ. de Phys. et le Rad. 1962, 23, p. 129.
- 6 - J. SOUTIF-GUICHERD, Comptes Rendus Acad. des Sc. 1950, 231, p. 1460.
- 7 - G. RAOULT et A. MARCON, Comptes Rendus Acad. des Sc. 1954, 238, p. 218.
- 8 - F. PICHERIT, Thèse 3ème Cycle, Bordeaux, Juillet 1959.
- 8'- R. SERVANT, Comm. Coll. A. m. p. é. r. e., Pise, Septembre 1960.
- 9 - L. BRILLOUIN, Rev. Génér. Elec. 1936, 40, p. 227.
- 10 - J.P. KINZEL et I.G. WILSON, The Bell System Technical Journal, Vol. XXVI,
Janvier 1947, n° 1, p. 31.
- 11 - A. GOZZINI, Il Nuovo Cimento 1951, Vol. VIII, n° 12, p. 928.
- 12 - L. CHAUMONT, Thèse, Paris 1914.
- 13 - G. RAOULT, R. FANGUIN et A. MARCON, Comptes Rendus Acad. des Sc. 1955,
240, p. 2497.
- 14 - J. SOUTIF-GUICHERD, Thèse Doctorat, Paris, Janvier 1957.
- 15 - G. RAOULT et R. FANGUIN, Comptes Rendus Acad. des Sc. 1960,
251, p. 1169 - 1170.
- 16 - G. RAOULT et R. FANGUIN, Bulletin A.m.p.è.r.e., fasc. spécial 1960, p. 152.
- 17 - R. RIGAL, Les Hyperfréquences, Eyrolles, 1950, p. 92-94.
- 18 - E. DUBOIS, Electromagnétisme III, Delagrave, 1959, p. 248.
- 19 - L.G.H. HUXLEY, Wave Guides, Presse Univers. Cambridge, 1947, p. 218 - 226.
- 20 - R. FANGUIN, Diplôme d'Etudes Supérieures, Clermont-Ferrand, 25 Avril 1952.
- 21 - A.J. CHABRIER, Diplôme d'Etudes Supérieures, Clermont-Fd, 12 Nov. 1959.
- 22 - C.G. MONTGOMERY, Technique of Microwave Measurements, M.I.T. 1947, p. 58.
- 23 - G. PIRCHER, L'onde Electrique. 1951, 31, n° 288, p. 144.
- 24 - G. RAOULT et R. FANGUIN, Comptes-Rendus Acad. des Sc. 1953,
236, p. 1143 - 1145.

- 25 - G. RAOULT et R. FANGUIN, Journal de Phys. et le Rad. 1954, 15, p. 133 A.
- 26 - M. SURDIN, J. Inst. Elect. Eng. 1946, 93, p. 725 - 737.
- 27 - J.P. CUEILLE, Diplôme d'Etudes Supérieures, Clermont-Fd, 5 Juillet 1961.
- 28 - R. SERVANT et P. LOUDETTE, Comm. Coll. A.m.p.è.r.e., Paris, Février 1952.
- 29 - R. SERVANT et P. LOUDETTE, Comptes Rendus Acad. des Sc. 1951, 232, p. 46.
- 30 - R. SERVANT et P. LOUDETTE, Comptes Rendus Acad. des Sc. 1951, 233, p. 1593.
- 31 - R. SERVANT et P. LOUDETTE, Journal de Phys. et le Rad. 1953, 14, p. 79 S.
- 32 - R. SERVANT, P. LOUDETTE et A. CHARRU, Cahiers de Physique 1955, 62, p. 29.
- 33 - P. LOUDETTE, Journal de Phys. et le Rad. 1955, 16, p. 99 S.
- 34 - R. SERVANT, P. LOUDETTE et A. CHARRU, Comptes Rendus Acad. des Sc. 1955, 240, p. 1978.
- 35 - G. RAOULT et R. FANGUIN, Comm. Coll. A.m.p.è.r.e., Paris, Mai 1955.
- 36 - G. RAOULT et R. FANGUIN, Cahiers de Physique 1955, 62, p. 30.
- 36'- R. SERVANT, Journal de Phys. et le Rad. 1950, 11, p. 41 S;
Oeuvres Scientif. d'Aimé COTTON, Paris, C.N.R.S., 1956, p. 117.
- 37 - A. KASTLER, Comptes Rendus Acad. des Sc. 1949, 228, p. 1640 - 1642.
- 37'- A. COTTON, Comptes Rendus Acad. des Sc. 1911, 153, p. 245.
- 38 - R. MALVANO, Nuovo Cimento 1952, Suppl. Vol. 9, série 9, n° 3, p. 340.
- 39 - A. CHARRU, Comptes Rendus Acad. des Sc. 1956, 243, p. 652 - 654.
- 40 - F. BLOCH, Phys. Rev. 1946, 70, p. 426 - Voir appendice I.
- 41 - E. DUBOIS, Electromagnétisme III, Delagrave, 1959, p. 321 - 322.
- 42 - G. RAOULT, R. FANGUIN et A. CHABRIER, Archives des Sc. fasc. spéc. 1959, vol. 12, p. 215.
- 43 - G. RAOULT, R. FANGUIN et A. CHABRIER, Comptes Rendus Acad. des Sc. 1960, 250, p. 843 - 845.
- 44 - J. SOUTIF-GUICHERD et M. LAMBINET, Comptes Rendus Acad. des Sc. 1950, 231, n° 25, p. 1460 - 1462.
- 45 - Ch. RYTER, R. LACROIX et R. EXTERMANN, Helv. Phys. Acta. 1950, 23, p. 539 - 542.
- 46 - N. NEPRIMEROV, J. Phys. Exp. Th. 1954, 26, n° 4, p. 511.
- 47 - N. NEPRIMEROV, Isvestia Acad. Sc. U.R.S.S. 1954, 18, n° 3, p. 360 - 367.
- 48 - N. NEPRIMEROV, Isvestia Acad. Sc. U.R.S.S. 1954, 18, n° 3, p. 368 - 377.
- 49 - J. W. LAIST, Copper Silver and Gold, D. Van Nostrand Company inc. , New-York, 1954, p. 144.
- 50 - W. HIEBER and F. MÜHLBAUER, Ber. 1928, 61, p. 2149.
- 51 - G.A. BARBIERI, Ber. 1927, 60, p. 2424.
- 52 - J. GANGEON, Thèse d'Université, Clermont-Ferrand, 10 Juin 1959.

- 53 - J.W. LAIST, Copper Silver and Gold, D. Van Nostrand Company inc., New-York, 1954, p. 223.
- 54 - W. G. MIXTER, J. Am. Chem. Soc. 1911, 33, p. 688.
- 55 - G. RAOULT, Les Ondes Centimétriques, Masson, 1958, p. 272 - 275.
- 56 - G. RAOULT et R. FANGUIN, Comm. Coll. A.m.p.è.r.e., Pise, Septembre 1960.
- 57 - G. RAOULT et R. FANGUIN, Archives des Sc., fasc. spéc. 1957, Vol. 10 p. 157.
- 58 - A. ANGOT, Compléments de Mathématiques, Editions de la Revue d'Optique, 1949, p. 375 - 376.
- 59 - H.B. DWIGHT, Journ. of Math. and Physics 1947, 26, p. 84.
- 60 - J. MAC-MAHON, Annals of Math. 1894, 9, p. 23.
- 61 - G. PETIAU, La Théorie des Fonctions de Bessel, C.N.R.S., 1955, p.68-69-70.
- 62 - R. TRUELL, J. Appl. Phys. 1943, 14, p. 350 - 352.
- 63 - M. RODGERS, Practical Electroplating, The Macmillan Company, New-York, 1959, p. 21.
- 64 - J. SALAUZE, Technique de l'Ingénieur : Electricité et Electrotechnique (tome III), 1951, D 960-1.
- 65 - G. RAOULT, Les Ondes Centimétriques, Masson, 1958, p. 146.
- 66 - G. RAOULT et R. FANGUIN, Journal de Phys. et le Rad. 1959, 20, p. 29 A.
- 67 - J. SURUGUE, Techniques Générales du Laboratoire de Physique, C.N.R.S., Vol. III, 1952, p. 439.
- 68 - F. MAYER, Journal de Phys. et le Rad. 1956, 17, p. 12 A.

TABLE DES MATIERES

	Pages
<u>INTRODUCTION</u>	1
 <u>PREMIERE PARTIE</u>	
 <u>CHAPITRE I</u>	
- Les techniques de la polarimétrie ultrahertziennne	4
 <u>CHAPITRE II</u>	
- Un polarimètre à "double excitation" à un seul cristal et une seule cavité	30
 <u>CHAPITRE III</u>	
- La réalisation d'un banc de polarimétrie	68
 <u>CHAPITRE IV</u>	
- Les résultats expérimentaux	94
 <u>DEUXIEME PARTIE</u>	
 <u>CHAPITRE I</u>	
- Propagation des ondes électromagnétiques dans les conducteurs coaxiaux	120
 <u>CHAPITRE II</u>	
- La galvanoplastie et son application à la réalisation d'un banc de polarimétrie en ondes centimétriques	156
<u>CONCLUSION</u>	169
 <u>BIBLIOGRAPHIE</u>	 171

DEUXIEME THESE

PROPOSITIONS DONNEES PAR LA FACULTE :

METHODES ANCIENNES ET MODERNES DE LA MESURE
DE LA CONCENTRATION DU RADON DANS L'AIR

Vu et approuvé, .

Clermont-Ferrand, le 22 Mars 1962

Pour le Doyen,

L'Assesseur :

E. DUBOIS

Vu et permis d'imprimer,

Clermont-Ferrand, le 26 Mars 1962

Le Recteur :

E. LAPALUS

